

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 28.09.2023 14:22:54  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

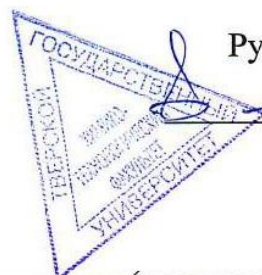
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП

Феофанова М.А.

27 июня 2023 г



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## Математика

Специальность

04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия

Специализация

Химия функциональных материалов

Для студентов 1,2 курсов очной формы обучения

Составители: к.т.н, доцент Михно Г.А.

к.ф.-м.н, доцент Васильев А.А.

Тверь, 2023

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целью освоения дисциплины является:

Теоретическое и практическое освоение математического аппарата, развитие опыта самостоятельной работы в области математики, опыта самостоятельной работы с научной и учебной литературой, опыта решения математических задач, решения задач в предметной области с использованием математических методов.

Задачами освоения дисциплины являются:

- освоение математического аппарата;
- выработка навыков логического мышления, математического исследования и доказательств;
- выработка навыков самостоятельной работы, освоения методов математики, методов решения задач;
- формирование математических знаний, умений и навыков, необходимых для изучения других общенаучных и специальных дисциплин;
- формирование умений и навыков применения математической теории и методов для анализа и моделирования, их применения в профессиональной деятельности.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Математика» входит в обязательную часть Блока 1. «Дисциплины» учебного плана.

Освоение дисциплины базируется на знаниях, умениях, навыках, полученных в рамках изучения школьного курса математики.

Дисциплина логически и содержательно-методически взаимосвязана с дисциплинами математического и естественнонаучного модуля ООП, физическими и химическими дисциплинами, в частности дисциплинами: физика, физическая химия, квантовая механика и квантовая химия, др.

### **3. Объем дисциплины: 16 зачетных**

**единиц, 576 академических часов, в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** лекции **52** часа, практические занятия **52** часа;

**контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы **140**;

**самостоятельная работа: 251 час, в том числе контроль 81 часов.**

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-3 Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде	ОПК-3.1 Применяет теоретические и полуэмпирические модели при решении задач химической направленности
ОПК-4 Способен планировать работы химической направленности, обрабатывать и интерпретировать полученные результаты с использованием теоретических знаний и практических навыков решения математических и физических задач	ОПК-4.1 Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности; ОПК-4.2 Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик;

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:**

экзамен в 1-м семестре,  
экзамен во 2-м семестре,  
экзамен в 3-м семестре.

**6. Язык преподавания:** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия	Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая работа)	
<b>1 семестр</b>					
1. Линейная алгебра					
1.1. Матрицы. Основные понятия	41	4	4	4	29

1.2. Системы линейных уравнений	49	4	4	8	33
2. Векторная алгебра	29	2	2	6	19
3. Аналитическая геометрия					
3.1. Системы координат. Точка на плоскости и в пространстве.	13	1	1	4	7
3.2. Прямая на плоскости и в пространстве	23	2	2	6	13
3.3. Плоскость	29	2	2	6	19
3.4. Кривые второго порядка на плоскости и в пространстве	27	2	2	6	17
ИТОГО (1-й семестр)	211	17	17	40	137
<b>2-й семестр</b>					
4. Математический анализ					
4.1. Функции.	10	1	1	5	3
4.2. Пределы	24	2	2	5	15
4.3. Асимптоты	10	1	1	5	3
4.4. Непрерывность функции, точки разрыва	10	1	1	5	3
4.5. Производные. Использование для анализа функций	36	4	4	7	21
4.6. Общая схема исследования функций и построения графиков	10	1	1	5	3
4.7. Интегральное исчисление	34	4	4	5	21
5. Дифференциальные уравнения					
5.1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	20	2	2	5	11
5.2. Дифференциальные уравнения $n$ -го порядка	14	1	1	5	7
5.3. Системы дифференциальных уравнений	14	1	1	5	7
Итого (2 семестр)	182	18	18	52	94
<b>3 семестр</b>					
6. Ряды. Численные методы: приближенные вычисления.					
6.1. Числовые последовательности	18	2	2	5	9
6.2. Степенные ряды. Ряд Тейлора (Маклорена)	20	2	2	5	11

6.3. Приближенные числа и действия с ними	14	1	1	5	7
6.4. Интерполирование функций	18	2	2	5	9
6.5. Приближенные вычисления	14	2	2	3	7
7. Теория вероятностей и математическая статистика					
7.1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей	22	2	2	7	11
7.2. Дискретные случайные величины	17	1	1	6	9
7.3. Непрерывные случайные величины	30	2	2	7	19
7.4. Математическая статистика	30	3	3	7	17
Итого (3 семестр)	183	17	17	50	99
ИТОГО	576	52	52	142	330

## Программа освоения учебной дисциплины:

### 1. Линейная алгебра

**1.1. Матрицы. Основные понятия.** Виды матриц. Операции над матрицами. Определитель матрицы. Методы нахождения определителя. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы. Ранг матрицы. Нахождения ранга матрицы.

**1.2. Системы линейных уравнений.** Методы исследования и нахождения решений систем. Нахождение и использование обратной матрицы для решения систем. Формула Крамера. Метод Гаусса.

**2. Векторная алгебра.** Вектор. Сложение, вычитание векторов, умножение на число. Скалярное, векторное, смешанное произведения: определения, свойства, применение в решении задач.

### 3. Аналитическая геометрия

**3.1. Системы координат. Точка на плоскости и в пространстве.** Декартова и полярная системы координат. Точка. Основные формулы.

**3.2. Прямая на плоскости и в пространстве.** Методы задания. Основные формулы.

**3.3. Плоскость.** Методы задания. Основные формулы.

**3.4. Кривые второго порядка на плоскости и в пространстве.** Эллипс. Гипербола. Парабола. Кривые второго порядка – общее определение, приведение к каноническому виду. Канонические уравнения поверхностей второго порядка в пространстве. Основные поверхности.

### 4. Математический анализ (часть 1)

**4.1. Функции.** Общее понятие функции. Основные понятия и свойства. Элементарные функции и их свойства.

**4.2. Пределы.** Определение. Раскрытие неопределенностей. Первый и второй замечательные пределы.

**4.3. Асимптоты.** Нахождение асимптот.

**4.4. Непрерывность функции, точки разрыва.**

**4.5. Производные. Использование для анализа функций.** Определение. Нахождение производных. Геометрический смысл производной. Касательная. Нормаль. Монотонность. Возрастание, убывание функции. Использование первой производной для анализа. Экстремумы функции, методы анализа. Производные высших порядков. Вторая производная. Выпуклость, вогнутость функции, точки перегиба, методы анализа. Частные производные, их применение для анализа функций.

**4.6. Общая схема исследования функций и построения графиков.**

**4.7. Интегральное исчисление.** Первообразная. Неопределенный и определенный интегралы. Свойства. Методы нахождения. Геометрическая интерпретация и применение определенного интеграла. Кратные интегралы.

## **5. Дифференциальные уравнения**

**5.1. Дифференциальные уравнения 1 порядка.** Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решения. Порядок уравнения. Задача Коши. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка. Методы решения.

**5.2. Дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка.** Основные понятия. Задача Коши. Методы решения.

**5.3. Системы дифференциальных уравнений.** Основные понятия. Задача Коши. Методы решения.

## **6. Ряды. Численные методы: приближенные вычисления.**

**6.1. Числовые последовательности. Числовые ряды.** Определение общего члена числовой последовательности. Нахождение пределов числовых последовательностей. Сходимость, признаки сходимости числовых рядов.

**6.2. Степенные ряды. Ряд Тейлора (Маклорена).** Определение и область сходимости степенного ряда. Определение ряда Маклорена (Тейлора), выражения для рядов часто используемых функций, нахождение коэффициентов ряда Тейлора.

**6.3. Приближенные числа и действия с ними. Погрешности.** Определения и нахождение абсолютной и предельной абсолютной и относительной погрешностей. Погрешности результатов арифметических действий над приближенными значениями.

**6.4. Интерполирование функций:** интерполяционные полиномы Лагранжа, методы кусочно-линейной и полиномиальной интерполяции; определение интерполяционного многочлена Лагранжа.

**6.5. Приближенные вычисления.** Дифференциал функции, его применение для приближенного вычисления значений функций. Вычисление интегралов и оценка погрешностей с помощью рядов. Метод степенных рядов для нахождения приближенного решения задачи Коши дифференциальных уравнений.

## **7. Теория вероятностей и математическая статистика**

**7.1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей.** Определения вероятностей: классическое, статистическое и геометрические определения вероятностей. Элементы комбинаторики. Алгебра событий. Определения суммы и произведения нескольких событий, определение противоположного события. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность и формулы Байеса.

**7.2. Дискретные случайные величины.** Закон распределения вероятностей одномерной дискретной случайной величины. Функция распределения вероятностей. Числовые характеристики дискретных случайных величин.

**7.3. Непрерывные случайные величины.** Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Функция распределения вероятностей. Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальное распределение. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Обобщенная теорема Чебышева. Теорема Маркова. Следствия закона больших чисел: теоремы Бернулли и Пуассона. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых.

**7.4. Математическая статистика.** Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Оценки неизвестных параметров. Методы нахождения точечных оценок. Понятие интервального оценивания параметров. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Проверка статистических гипотез. Проверка гипотез о законе распределения.

## **III. Образовательные технологии**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
<i><b>Первый семестр</b></i>		
1. Линейная алгебра 1.1 – 1.2	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала. 2. Решение задач.

2. Векторная алгебра	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала. 2. Решение задач.
3. Аналитическая геометрия 3.1 – 3.4	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала. 2. Решение задач.
<b>Второй семестр</b>		
4. Математический анализ 4.1 – 4.7	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала. 2. Решение задач.
5. Дифференциальные уравнения 5.1 – 5.3	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала. 2. Решение задач.
<b>Третий семестр</b>		
6. Ряды. Численные методы. Приближенные вычисления 6.1 - 6.5	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала. 2. Решение задач.
7. Теория вероятностей и математическая статистика 7.1 – 7.4	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала. 2. Решение задач.

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании лекций, практических занятий и различных форм самостоятельной работы студентов. В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: традиционные лекции, практические занятия в интерактивном режиме, выполнение индивидуальных заданий в рамках самостоятельной работы.

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

##### **Оценочные материалы для проведения текущей аттестации**

##### **Типовые задания:**

##### **Линейная алгебра**

1) При каких параметрах выполнимы действия  $P_{[5 \times 5]} W_{[7 \times 3]} - 7 Q_{[5 \times 7]}^T = G_{[k \times c]}$ ? Каковы размеры результирующей матрицы? Ответ обосновать.



2) Даны матрицы

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ -3 & -8 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2.1) Найти матрицу  $R_{[7 \times 7]} = A_{[3 \times 3]}B_{[3 \times 2]} - 2C_{[3 \times 2]}$ .

2.2) Найти матрицу  $R_{[7 \times 7]} = B_{[3 \times 2]}(C_{[3 \times 2]})^T + (A_{[3 \times 3]})^T$ .

2.3) Найти определитель матрицы  $A$ :

- по формуле треугольников;
- разложением по строке или столбцу;
- приведя треугольному виду.

3) Решить системы

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 3x_1 - 4x_2 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 = -3 \\ 3x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -6 \\ 4x_1 - 8x_2 - 3x_3 = -7 \end{cases}$$

3.1) найдя обратную матрицу;

3.2) по формуле Крамера;

3.3) методом Гаусса.

4) Решить системы

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 = -3 \\ 3x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -6 \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 = -3 \\ 3x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -6 \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

4.1) методом Гаусса;

4.2) можно ли найти решение этих систем с использованием обратной матрицы, формулы Крамера ?

5) Дана система

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & a & -3 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5.1) При каком параметре  $a$  система не имеет решений.

5.2) Решить, используя формулу Крамера при  $a=1$ .

5.3) Решить методом Гаусса при  $a=1$ .

## Векторная алгебра. Аналитическая геометрия

1. Точка, отрезок, прямая на плоскости.

Даны точки  $A(-1, 1)$ ,  $B(2, -1)$ ,  $C(-2, -2)$ , , , .

- 1.1. Нарисовать точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Найти расстояние между точками  $A$  и  $B$ .
- 1.2. Написать уравнение прямой  $L$ , проходящей через точки  $A$ ,  $B$ .
- 1.3. Написать уравнение прямой  $L$  в общем виде. Используя формулу расстояния от точки до прямой, найти расстояние от точки  $C$  до прямой  $L$ .
- 1.4. Написать уравнение прямой  $L$  в отрезках. Нарисовать прямую  $L$ .
- 1.5. Написать направляющий вектор прямой  $L$ . Написать уравнение прямой  $L$  в параметрическом виде.
- 1.6. Написать уравнение прямой  $L$  с угловым коэффициентом. Чему равен угловой коэффициент?
- 1.7. Написать уравнение прямой  $L_1$ , проходящей через точку  $C$ , которая параллельна прямой  $L$ .
- 1.8. Написать уравнение прямой  $L_2$ , проходящей через точку  $C$ , которая перпендикулярна прямой  $L$ . Нарисовать прямую  $L_2$ .
- 1.9. Найти координаты середины отрезка  $AB$ . Нанести эту точку на отрезок  $AB$ . Написать уравнение прямой  $L_3$  – медианы треугольника  $ABC$ , проходящей через точку  $C$ .

2. Плоскость. Прямая в пространстве.

Даны точки , , , .

- 2.1. Написать уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точки  $A$ ,  $B$ ,  $D$ .
- 2.2. Написать уравнение плоскости  $\pi$  в общем виде. Найти расстояние от плоскости  $\pi$  до начала координат.
- 2.3. Написать уравнение плоскости  $\pi$  в отрезках. Нарисовать фрагмент плоскости.
- 2.4. Написать уравнение плоскости  $\pi_1$ , проходящую через начало координат параллельно плоскости  $\pi$ .
- 2.5. Написать уравнение прямой  $L$ , проходящей через начало координат перпендикулярно плоскости  $\pi$ . Найти координату точки пересечения прямой  $L$  и плоскости  $\pi$ .

3. Векторная алгебра

Даны точки , , , .

- 3.1. Найти вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  и нарисовать на плоскости  $Oxy$ . Найти (нарисовать на плоскости  $Oxy$ ),  $(\vec{a} + \vec{b})$ ,  $(\vec{a} - \vec{b})$ ,  $(\vec{a} \cdot \vec{b})$ .
- 3.2. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Чему равен косинус угла между ними?
- 3.3. Найти векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Чему равна площадь треугольника  $ABC$ ?
- 3.3. Найти смешанное произведение векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ . Чему равен объем пирамиды  $ABCD$ .

4. Канонические кривые второго порядка, их параметры. Приведение к каноническому виду.

4.1. Определить тип кривой. Привести кривую к каноническому виду.

4.2. Нарисовать канонические оси. Найти и нанести вершины. Найти и нанести фокусы. Найти эксцентриситет. Найти и нанести директрисы.

### Математический анализ

1) Какова область определения функций

$$1.1) \frac{\ln(x-1)}{\sqrt{-x^2+2x+35}},$$

$$1.2) \frac{\arccos(x-12)}{x-2}.$$

2) Найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow 7} 7e^{x-7} - 5 \cos(5\pi)$ .

3) Определить тип неопределенности и, раскрыв неопределенность, найти предел:

$$3.1) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 2x - 35}{x^2 - 12x + 35},$$

$$3.2) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x+5}{\sqrt{x+54} - 7},$$

$$3.3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 2x - 35}{-5x^2 + 12x + 49},$$

$$3.4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \sin 8x}{40 \sin 5x},$$

$$3.5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5x^2}{1 - \cos 8x},$$

$$3.6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{8x}\right)^{5x},$$

$$3.7) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+8x}{1+5x}\right)^{5/x}.$$

4) Каковы точки разрыва? Какой тип?

$$4.1) f(x) = \frac{x-7}{x^2-2x-35},$$

$$4.2) f(x) = \begin{cases} -x + 7, & x < 0 \\ x - 5, & x \geq 0 \end{cases} .$$

$$y(x) = \frac{2x^2}{2x + 4} .$$

5) Найти асимптоты функции

6) Найти производную функции

$$6.1) f(x) = 4x^2 + e^x \ln x + \frac{\sin x}{x} ,$$

$$6.2) f(x) = -2 \frac{x^2}{\ln x} + 4e^{\sin(x)} ,$$

$$6.3) f(x) = e^x \sqrt[3]{x} + \frac{\ln x}{\operatorname{tg} x} .$$

7) Исследование функций. Построение графиков.

Для функций:

$$7.1) y(x) = x^2(x-1) ;$$

$$7.2) y(x) = \frac{x^2}{x-1} ,$$

$$7.3) y(x) = e^{-(x-1)^2}$$

1. Найти область определения. Исследовать на четность, нечетность, периодичность.

2. Область непрерывности функции. Разрывы. Вертикальные асимптоты. Наклонные, горизонтальные асимптоты.

3. Найти первую производную функции, области возрастания, убывания. Найти точки и значения экстремумов.

4. Найти вторую производную функции, области выпуклости, вогнутости, точки перегиба.

5. Построить график.

8) Найти интегралы

$$8.1) \int (2e^x + 2 \sin x) dx ,$$

$$8.2) \int (\sqrt[4]{x} - 2e^x) dx ,$$

$$8.3) \int (6x-1)^4 dx ,$$

$$8.4) \int x e^{(2x+1)^2} dx .$$

8) Найти площадь под функцией  $f(x) = x^4 + 1$  на промежутке  $[0, 2]$ .

9) Найти неопределенные интегралы функций  $f(x) = \frac{1}{7}x^2$ ,  $g(x) = \sqrt{7x+1}$ .  
Найти площадь между этими функциями на промежутке  $0 \leq x \leq 1$ .  
Замечание:  $g(x) \geq f(x)$  на этом промежутке.

10) Найти площадь под функцией  $f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & x < 0 \\ \sqrt{2x+4}, & x \geq 0 \end{cases}$ , на промежутке  $-1 \leq x \leq 2$

11) Найти длину дуги параболы  $f(x) = x^2$  на промежутке  $0 \leq x \leq 1$ .

### Дифференциальные уравнения

1) Определить тип. Решить уравнение.

1.1)  $y' = 2e^{2x+4}$ ,  $y(-2) = 1$ .

1.2)  $y' = 2y^2 \sin(2x-4)$ ,  $y(2) = 1$ .

1.3)  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y/x}{2(y/x)^3 - 5}$

1.4)  $y' = (y + 3x + 2)^5 - 3$

1.5)  $y' = 2\frac{y}{x} - 4$ ,  $y(1) = 4$  (решить как линейное и как однородное)

1.6)  $y' = -3y + e^x y^2$ .

2) Найти ФСР и выписать общее решение однородных уравнений

2.1)  $y'' - 7y' = 0$ ;

2.2)  $y'' - 4y' + 4y = 0$ ;

2.3)  $y'' + 4y' + 53y = 0$ .

3) Найти ФСР, общее решение однородного уравнения. Методом неопределенных коэффициентов найти частное решение. Выписать общее решение. Решить задачу Коши:

3.1)  $y'' - 2y' - 15y = 5e^{4x}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ .

3.2)  $y'' - 2y' = 4$ ,  $y(0) = -1$ ,  $y'(0) = 0$ .

4) Найти общее решение системы. Решить задачу Коши

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 1 \\ 1 & -9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3e^{-7t} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

### Теория вероятностей и математическая статистика

1) Вероятность попадания в цель 1-го стрелка равна 0.1 (событие  $A_1$ ). Вероятность попадания в цель 2-го стрелка равна 0.2 (событие  $A_2$ ). Используя действия над событиями (сложение, умножение, противоположное), написать выражение для события  $A$ : в цель попадет только один стрелок. Найти вероятность этого события.

2) В урне находятся шары: 7 белых и 8 черных. Используя формулу вероятности произведения зависимых событий, найти вероятность, того, что два подряд вынутые шара белые.

3) 3.1) Есть 2 ящика. В первом ящике 40% белых шаров, во втором 60%. Из ящиков выбрали 20 шаров: 12 штук взяли из первого ящика, 8 из второго. Из этих шаров выбрали один, какова вероятность того, что этот шар белый (событие  $A$ )?

Какова (априорная) вероятность  $P(H_1)$  гипотезы (события)  $H_1$ : выбранный шар из 1-го ящика? Какова условная вероятность  $P(A/H_1)$ , того что шар белый, если он из 1-го ящика?

Какова (априорная) вероятность  $P(H_2)$  гипотезы (события)  $H_2$ : выбранный шар из 2-го ящика? Какова условная вероятность  $P(A/H_2)$ , того что шар белый, если он из 2-го ящика?

Используя формулу полной вероятности, написать выражение и найти какова вероятность того, что выбранный шар белый,  $P(A)$ ?

3.2) Вынутый шар оказался белым (событие  $A$  произошло). Используя формулу Байеса, написать выражение и найти какова (апостериорная) вероятность, того, что выбранный шар из 1-го ящика  $P(H_1/A)$ ?

4) Закон распределения дискретной случайной величины задан таблицей

$X$	$x_i$	0	1	2	3
	$p_i$	0.1	0.2	0.3	0.4

4.1) Нарисовать многоугольник (полигон) распределения вероятностей.

4.2) Написать аналитическое выражение и нарисовать график функции распределения  $F(x)$ .

4.3) Написать выражение и найти математическое ожидание случайной величины  $M(X)$ .

4.4) Написать выражение для дисперсии случайной величины  $D(X)$  (значение находить не надо). Чему равно среднее квадратическое отклонение  $\sigma_x$  случайной величины.

5) Плотность вероятности непрерывной случайной величины имеет вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ a, & 0 < x \leq 4, \\ 0, & 4 < x \end{cases}$$

5.1) Чему равно  $a$ ? Нарисовать график  $\varphi(x)$ .

5.2) Найти выражение функции распределения  $F(x)$ . Нарисовать график  $F(x)$ .

5.3) Вычислить  $P(1 \leq x \leq 3)$  - вероятность того, что случайная величина принимает значение на промежутке  $[1, 3]$ .

5.4) Написать выражение и, вычислив интегралы, найти математическое ожидание  $M(X)$  случайной величины  $X$ .

5.5) Написать выражение и, вычислив интегралы, найти дисперсию случайной величины  $D(X)$ . Чему равно среднее квадратическое отклонение  $\sigma_x$ .

6) Известно, что случайная величина  $X$  имеет распределение

$$P(X = m) = \frac{a^m}{m!} e^{-a}$$

Пуассона с неизвестным параметром  $a$ . Используя метод моментов, найти по реализации

выборки  $x_1 = 52, x_2 = 48, x_3 = 49, x_4 = 49, x_5 = 52, x_6 = 50, x_7 = 47, x_8 = 48$

значение оценки неизвестного параметра.

7) Известно, что случайная величина  $X$  имеет биномиальное распределение

$P(X = m) = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}$  с неизвестным параметром  $p$ . Используя метод

максимального правдоподобия, найти по реализации выборки

$x_1 = 52, x_2 = 48, x_3 = 49, x_4 = 49, x_5 = 52, x_6 = 50, x_7 = 47, x_8 = 48$ ,  $n = 65$ ,

значение оценки неизвестного параметра.

8) Случайная величина  $X$  имеет нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием  $a$  и известной дисперсией  $\sigma^2 = 100$ . По выборке объема  $n = 150$  вычислено выборочное среднее  $a^* = 110$ . Определить доверительный интервал для неизвестного параметра распределения  $a$ , отвечающий доверительной вероятности, равной 0,95.

9) Случайная величина  $X$  имеет нормальное распределение с неизвестными математическим ожиданием  $a$  и дисперсией  $\sigma^2$ . По выборке

$$(\sigma^2)^* = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - a^*)^2 = 0,5$$

объема  $n = 31$  вычислены оценки и

неизвестных параметров. Найти доверительный интервал для математического ожидания, отвечающий доверительной вероятности, равной 0,95.

10) В результате 14 опытов получена несмещенная оценка для дисперсии нормальной случайной величины. Найти доверительный интервал для дисперсии при доверительной вероятности, равной 0,98.

11) В серии из 30 выстрелов по мишени наблюдалось 10 попаданий. Найти доверительный интервал для вероятности попадания в мишень при доверительной вероятности, равной 0,95.

12) В серии из опытов событие не наступило ни разу. Определить число опытов, при котором верхняя доверительная граница для вероятности равна 0,01. Доверительную вероятность принять равной 0,95.

### **Оценочные материалы для промежуточного контроля**

ОПК-3 Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде

ОПК-4 Способен планировать работы химической направленности, обрабатывать и интерпретировать полученные результаты с использованием теоретических знаний и практических навыков решения математических и физических задач

## **Программы и типовые задания экзаменов по итогам освоения дисциплины в семестрах**

### **Программа экзамена. 1 семестр**

#### **Линейная алгебра**

1. Матрица. Основные понятия: элемент; строка, столбец; номер строки, столбца; размер матрицы; индексы элемента. Виды матриц: квадратная, прямоугольная, матрица строка, матрица столбец, треугольная, трапециевидная (ступенчатая), диагональная, единичная, нулевая.
2. Операции над матрицами: сложение (вычитание) матриц; умножение матрицы на число; умножение матриц, возведение в степень; транспонирование. Правила выполнения операций. Свойства операций.
3. Определитель матрицы. Методы нахождения определителя:
  - 3.1. Нахождение определителя матриц 1-го, 2-го, 3-го порядка по формуле.
  - 3.2. Минор. Алгебраическое дополнение. Нахождение определителя разложением по строке, столбцу.
  - 3.3. Общее определение определителя. Свойства определителя. Использование свойств для упрощения. Определитель треугольной матрицы. Элементарные операции. Нахождение определителя приведением к треугольному виду.
4. Обратная матрица. Вырожденная и невырожденная матрицы. Нахождение обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Определение. Нахождение по определению. Элементарные операции. Использование для нахождения ранга матрицы.
6. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Методы исследования и нахождения решений систем:
  - 6.1. С использованием обратной матрицы.
  - 6.2. Формула Крамера.
  - 6.3. Метод Гаусса. Элементарные преобразования. Теорема Кронекера-Капелли.

#### **Векторная алгебра**

1. Вектор. Основные понятия и определения. Сложение, вычитание и умножение вектора на число.
2. Линейная комбинация. Линейная зависимость независимость векторов. Базис. Разложение вектора по базису.
3. Скалярное произведение векторов. Свойства, условие перпендикулярности векторов.
4. Векторное произведение векторов. Свойства и геометрический смысл. Площадь параллелограмма, треугольника.



5. Смешанное произведение векторов. Свойства и геометрический смысл. Объем параллелепипеда, пирамиды. Коллинеарность и компланарность векторов. Методы исследования.

### **Аналитическая геометрия**

1. Декартова система координат. Полярная система координат. Точка. Координаты точки. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении.
2. Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору. Понятие нормального вектора. Уравнение прямой в отрезках. Геометрический смысл параметров в уравнении прямой в отрезках. Каноническое уравнение прямой. Понятие направляющего вектора. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Направляющий вектор. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в заданном направлении. Параметрическое уравнение прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Геометрическая интерпретация системы двух линейных уравнений, решения системы.
3. Прямая в пространстве. Общее уравнение прямой в пространстве. Каноническое уравнение прямой в пространстве. Параметрическое уравнение прямой в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
4. Плоскость. Уравнение плоскости, проходящей через три точки, не лежащие на одной прямой. Общее уравнение плоскости. Нормаль к плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через точку параллельно двум неколлинеарным векторам. Взаимное расположение плоскостей. Определение угла между плоскостями; формула вычисления угла между плоскостями. Условие параллельности двух плоскостей; нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости. Пересечение прямой и плоскости в пространстве.
5. Кривые второго порядка. Кривые второго порядка. Инварианты. Определение типа кривой. Перенос и поворот системы координат. Приведение к каноническому виду.
6. Кривые второго порядка в пространстве. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Основные поверхности. Определение эллипсоида, уравнение сферы, основные параметры сферы и эллипсоида. Каноническое уравнение однополостного гиперболоида; уравнения поверхностей вращения вокруг осей координат. Приведение к каноническому виду выделением полных квадратов. Нахождение уравнений кривых, полученных пересечением поверхности второго порядка плоскостями, параллельными плоскостям координат.

## Программа экзамена. 2 семестр

### Математический анализ

1. Функция. Область определения. Область значений. Четная и нечетная функции. Периодическая функция, период. Органичная сверху, ограниченная снизу, ограниченная. Элементарные функции.
2. Предел. Предел слева  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x)$ , предел справа  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$ , предел  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ , пределы на бесконечности  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ . Определения. Нахождение пределов: раскрытие неопределенностей  $0/0$ ,  $\infty/\infty$ ,  $\infty - \infty$ . Первый и второй замечательные пределы.
3. Асимптоты: вертикальная, наклонная, горизонтальная. Нахождение асимптот.
4. Непрерывность функции. Точки разрыва. Устранимый разрыв. Разрывы 1-го, 2-го рода.
5. Производная. Использование производных для анализа функций. Определение производной. Нахождение производных. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Формулы производной функции умноженной на число, суммы, произведения, частного двух функций. Производная сложной функции. Производные высших порядков. Частные производные функции многих переменных.
6. Геометрический смысл производной. Касательная. Нормаль.
7. Монотонность. Возрастание, убывание функции. Использование первой производной для анализа функции на возрастание, убывание.
8. Экстремумы функции: точки минимума, максимума. Критические точки, алгоритм нахождения экстремумов.
9. Выпуклость, вогнутость функции, точки перегиба. Использование второй производной для анализа функции на выпуклость, вогнутость, нахождение точек перегиба. Использование второй производной для анализа на максимум, минимум.
10. Использование производной для нахождения пределов. Правило Лопиталья.
11. Построение графиков. Графики элементарных функций. Общая схема исследования функций и построения графиков.
12. Частные производные. Нахождение. Применение для исследования функций.
13. Первообразная. Неопределенный интеграл. Таблица простейших интегралов. Нахождение интегралов. Использование замены при нахождении интегралов. Линейная замена. Формула интегрирования по частям. Ее использование при нахождении интегралов. Интегралы от рациональных выражений.
14. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрическая интерпретация и

применение определенного интеграла: нахождение площади под кривой, нахождение длины кривой.

#### 15. Кратные интегралы.

#### Дифференциальные уравнения

1. Определение и типы дифференциальных уравнений 1-го порядка, разрешённых относительно производных, нахождение общего решения: уравнение вида  $y' = f(x)$ ; уравнение с разделяющимися переменными  $y' = f(x)g(y)$ ; однородное уравнение  $y' = f(y/x)$ ; уравнение вида  $y' = f(ax + by + c)$ ; линейное уравнение  $y' = a(x)y + b(x)$ ; уравнение Бернулли  $y' = a(x)y + b(x)y^n$ . Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Решение задачи Коши.
2. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений, общего решения однородного уравнения. Общее решение неоднородного уравнения. Постановка и решение задачи Коши.
3. Системы линейных дифференциальных уравнений. Решение систем 2-го порядка методом исключения. Постановка и решение задачи Коши.

#### Программа экзамена. 3 семестр

#### Ряды. Численные методы: приближенные вычисления

1. Числовые последовательности. Определение общего члена числовой последовательности. Нахождение пределов числовых последовательностей. Числовые ряды. Определение. Сходимость, признаки сходимости числовых рядов.
2. Определение и область сходимости степенного ряда. Определение ряда Маклорена (Тейлора), выражения для рядов часто используемых функций, нахождение коэффициентов ряда Тейлора.
3. Приближенные числа и действия с ними. Определения и нахождение абсолютной и предельной абсолютной и относительной погрешностей. Погрешности результатов арифметических действий над приближёнными значениями.
4. Интерполирование функций: интерполяционные полиномы Лагранжа. Методы кусочно-линейной и полиномиальной интерполяции; определение и построение интерполяционного многочлена Лагранжа.
5. Приближенные вычисления. Дифференциал функции, его применение для приближенного вычисления значений функций. Вычисление интегралов и оценка погрешностей с помощью рядов. Метод степенных рядов для нахождения приближенного решения задачи Коши дифференциальных уравнений.

#### Теория вероятностей и математическая статистика

1. Испытание, событие. Классификация событий. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Нахождение вероятности случайного события на основе классического определения.
2. Элементы комбинаторики. Перестановки, сочетания, размещения. Применение для нахождения вероятности случайного события на основе классического определения.
3. Геометрическое определение вероятности. Применение в решении задач.
4. Действия над событиями: сумма, произведение, разность, противоположное событие. Диаграммы Венна. Применение в решении задач.
5. Теорема сложения вероятностей. Совместные и несовместные события. Применение в решении задач.
6. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Зависимые и независимые события. Применение в решении задач.
7. Полная вероятность. Формула Байеса. Априорная и апостериорная вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Применение в решении задач.
8. Понятие случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Задание случайной величины таблицей (рядом распределения). Многоугольник (полигон) распределения вероятностей. Функция распределения.
9. Числовые характеристики случайных величин. Определение и нахождение математического ожидания дискретной случайной величины. Определение и нахождение дисперсии дискретной случайной величины. Среднее квадратическое отклонение.
10. Непрерывные случайные величины. Функция распределения случайной величины. Плотность вероятности непрерывной случайной величины. Свойства. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал.
11. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Определение, нахождение математического ожидания непрерывной случайной величины. Определение, нахождение дисперсии непрерывной случайной величины. Мода, медиана, квантиль случайной величины.
12. Равномерный закон распределения. Числовые характеристики.
13. Нормальный закон распределения. Числовые характеристики. Нормальная (гауссова) кривая, ее параметры.
14. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Обобщенная теорема Чебышева. Теорема Маркова. Следствия закона больших чисел: теоремы Бернулли и Пуассона. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых.
15. Статистическое распределение выборки. Определение. Нахождение частот статистического распределения выборки.
16. Характеристики вариационного ряда: определение, нахождение характеристик вариационного ряда.

17. Точечные оценки параметров распределения. Определение. Нахождение несмещенных оценок математического ожидания.
18. Интервальные оценки параметров распределения.
19. Элементы корреляционного анализа: определение коэффициента корреляции, определение коэффициента регрессии.
20. Проверка статистических гипотез: определение статистической гипотезы. Конкурирующая гипотеза.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задача решена полностью - 5 баллов;

Задача содержит неточности и незначительные ошибки - 4 балла;

Решение содержит грубые ошибки - 2 балла.

#### **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

1) Рекомендуемая литература

##### ***а) Основная литература***

1. Математика: Учебное пособие / Данилов Ю. М., Никонова Н. В., Нуриева С. Н., Под ред. Журбенко Л. Н., Никоновой Г. А. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.- (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-010118-7  
<http://znanium.com/go.php?id=539549>
2. Гулиян Б.Ш. Математика. Базовый курс [Электронный ресурс]: учебник/ Гулиян Б.Ш., Хамидуллин Р.Я.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013.— 712 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17023.html>.— ЭБС «IPRbooks»

##### ***б) Дополнительная литература***

3. Высшая математика для экономического бакалавриата: Учебник и практикум / Под ред. Н.Ш. Кремера. 4-е изд.; перераб. и доп. М.: Юрайт, 2012. 909 с.
4. Шипачев В.С. Начала высшей математики (*Электронный ресурс* Лань). М.: Лань. 2013.
5. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. М.: Издательство Физико-математической литературы, 2010. 336 с.
6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: 2011. 478 с.
7. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для студентов вузов. М.: 2011. 403 с.

8. Шипачев В.С. Высшая математика: учебник для студентов вузов / В.С. Шипачев. - Изд. 9-е, стер. - Москва: Высшая школа, 2008. - 479 с.

2), 3), 4) Программное обеспечение; Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы; Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Виртуальная образовательная среда ТвГУ (<http://moodle.tversu.ru>)

Научная библиотека ТвГУ (<http://library.tversu.ru>)

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

### ***Методические указания для самостоятельной работы***

Самостоятельная работа предполагает изучение рекомендованной учебно-методической литературы, справочных материалов, подготовку к лекционным и практическим занятиям, выполнение заданий для самостоятельной работы и индивидуальных заданий, подготовку к контрольным работам, подготовку к экзамену.

Организуя свою учебную работу, студентам рекомендуется ознакомиться с программой дисциплины, лекционных и практических занятий, типовыми задачами и рекомендациями по выполнению заданий для самостоятельной работы, списком рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и т.д.

Для полноценного усвоения курса необходимо, прежде всего, овладеть основными понятиями дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их формулировки, приводить примеры. Знать вопросы теории, теоремы и методы. Уметь их применять при решении задач.

При подготовке к практическим занятиям студентам необходимо проработать соответствующий лекционный материал, решить задания для самостоятельной работы.

Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля. По окончании модуля осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний. Рубежный контроль включает проведение аудиторных контрольных работ и выполняемых самостоятельно внеаудиторно индивидуальных заданий расчетно-графических работ.

Типовые задачи практических занятий, задач рубежного контроля и задач для самостоятельной работы представлены в разделе VII.2 рабочей программы дисциплины.

При подготовке к экзамену необходимо использовать конспекты лекций, материалы практических занятий, использовать литературу и интернет источники.

Максимальное количество баллов, которое может быть получено в результате освоения дисциплины, составляет 100 баллов: 60 баллов отводится на текущий контроль в семестре и 40 баллов для оценки результата экзамена.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценки: от 40 до 69 – удовлетворительно, от 70 до 84 – хорошо, от 85 и выше – отлично.

## **Программа экзамена. 1 семестр**

### **Линейная алгебра**

1. Матрица. Основные понятия: элемент; строка, столбец; номер строки, столбца; размер матрицы; индексы элемента. Виды матриц: квадратная, прямоугольная, матрица строка, матрица столбец, треугольная, трапециевидная (ступенчатая), диагональная, единичная, нулевая.
2. Операции над матрицами: сложение (вычитание) матриц; умножение матрицы на число; умножение матриц, возведение в степень; транспонирование. Правила выполнения операций. Свойства операций.
3. Определитель матрицы. Методы нахождения определителя:
  - 3.1. Нахождение определителя матриц 1-го, 2-го, 3-го порядка по формуле.
  - 3.2. Минор. Алгебраическое дополнение. Нахождение определителя разложением по строке, столбцу.
  - 3.3. Общее определение определителя. Свойства определителя. Использование свойств для упрощения. Определитель треугольной матрицы. Элементарные операции. Нахождение определителя приведением к треугольному виду.
4. Обратная матрица. Вырожденная и невырожденная матрицы. Нахождение обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Определение. Нахождение по определению. Элементарные операции. Использование для нахождения ранга матрицы.
6. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Методы исследования и нахождения решений систем:
  - 6.1. С использованием обратной матрицы.
  - 6.2. Формула Крамера.
  - 6.3. Метод Гаусса. Элементарные преобразования. Теорема Кронекера-Капелли.

### **Векторная алгебра**

1. Вектор. Основные понятия и определения. Сложение, вычитание и умножение вектора на число.
2. Линейная комбинация. Линейная зависимость независимость векторов. Базис. Разложение вектора по базису.
3. Скалярное произведение векторов. Свойства, условие перпендикулярности векторов.
4. Векторное произведение векторов. Свойства и геометрический смысл. Площадь параллелограмма, треугольника.

5. Смешанное произведение векторов. Свойства и геометрический смысл. Объем параллелепипеда, пирамиды. Коллинеарность и компланарность векторов. Методы исследования.

### **Аналитическая геометрия**

1. Декартова система координат. Полярная система координат. Точка. Координаты точки. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении.
2. Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору. Понятие нормального вектора. Уравнение прямой в отрезках. Геометрический смысл параметров в уравнении прямой в отрезках. Каноническое уравнение прямой. Понятие направляющего вектора. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Направляющий вектор. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в заданном направлении. Параметрическое уравнение прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Геометрическая интерпретация системы двух линейных уравнений, решения системы.
3. Прямая в пространстве. Общее уравнение прямой в пространстве. Каноническое уравнение прямой в пространстве. Параметрическое уравнение прямой в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
4. Плоскость. Уравнение плоскости, проходящей через три точки, не лежащие на одной прямой. Общее уравнение плоскости. Нормаль к плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через точку параллельно двум неколлинеарным векторам. Взаимное расположение плоскостей. Определение угла между плоскостями; формула вычисления угла между плоскостями. Условие параллельности двух плоскостей; нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости. Пересечение прямой и плоскости в пространстве.
5. Кривые второго порядка. Кривые второго порядка. Инварианты. Определение типа кривой. Перенос и поворот системы координат. Приведение к каноническому виду.
6. Кривые второго порядка в пространстве. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Основные поверхности. Определение эллипсоида, уравнение сферы, основные параметры сферы и эллипсоида. Каноническое уравнение однополостного гиперболоида; уравнения поверхностей вращения вокруг осей координат. Приведение к каноническому виду выделением полных квадратов. Нахождение уравнений кривых, полученных пересечением поверхности второго порядка плоскостями, параллельными плоскостям координат.



## Программа экзамена. 2 семестр

### Математический анализ

1. Функция. Область определения. Область значений. Четная и нечетная функции. Периодическая функция, период. Органичная сверху, ограниченная снизу, ограниченная. Элементарные функции.
2. Предел. Предел слева  $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x)$ , предел справа  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$ , предел  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ , пределы на бесконечности  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . Определения. Нахождение пределов: раскрытие неопределенностей  $0/0$ ,  $\infty/\infty$ ,  $\infty - \infty$ . Первый и второй замечательные пределы.
3. Асимптоты: вертикальная, наклонная, горизонтальная. Нахождение асимптот.
4. Непрерывность функции. Точки разрыва. Устранимый разрыв. Разрывы 1-го, 2-го рода.
5. Производная. Использование производных для анализа функций. Определение производной. Нахождение производных. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Формулы производной функции умноженной на число, суммы, произведения, частного двух функций. Производная сложной функции. Производные высших порядков. Частные производные функции многих переменных.
6. Геометрический смысл производной. Касательная. Нормаль.
7. Монотонность. Возрастание, убывание функции. Использование первой производной для анализа функции на возрастание, убывание.
8. Экстремумы функции: точки минимума, максимума. Критические точки, алгоритм нахождения экстремумов.
9. Выпуклость, вогнутость функции, точки перегиба. Использование второй производной для анализа функции на выпуклость, вогнутость, нахождение точек перегиба. Использование второй производной для анализа на максимум, минимум.
10. Использование производной для нахождения пределов. Правило Лопиталья.
11. Построение графиков. Графики элементарных функций. Общая схема исследования функций и построения графиков.
12. Частные производные. Нахождение. Применение для исследования функций.
13. Первообразная. Неопределенный интеграл. Таблица простейших интегралов. Нахождение интегралов. Использование замены при нахождении интегралов. Линейная замена. Формула интегрирования по частям. Ее использование при нахождении интегралов. Интегралы от рациональных выражений.
14. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрическая интерпретация и

применение определенного интеграла: нахождение площади под кривой, нахождение длины кривой.

#### 15. Кратные интегралы.

### Дифференциальные уравнения

1. Определение и типы дифференциальных уравнений 1-го порядка, разрешённых относительно производных, нахождение общего решения: уравнение вида  $y' = f(x)$ ; уравнение с разделяющимися переменными  $y' = f(x)g(y)$ ; однородное уравнение  $y' = f(y/x)$ ; уравнение вида  $y' = f(ax + by + c)$ ; линейное уравнение  $y' = a(x)y + b(x)$ ; уравнение Бернулли  $y' = a(x)y + b(x)y^n$ . Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Решение задачи Коши.
2. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений, общего решения однородного уравнения. Общее решение неоднородного уравнения. Постановка и решение задачи Коши.
3. Системы линейных дифференциальных уравнений. Решение систем 2-го порядка методом исключения. Постановка и решение задачи Коши.

### Программа экзамена. 3 семестр

#### Ряды. Численные методы: приближенные вычисления

1. Числовые последовательности. Определение общего члена числовой последовательности. Нахождение пределов числовых последовательностей. Числовые ряды. Определение. Сходимость, признаки сходимости числовых рядов.
2. Определение и область сходимости степенного ряда. Определение ряда Маклорена (Тейлора), выражения для рядов часто используемых функций, нахождение коэффициентов ряда Тейлора.
3. Приближенные числа и действия с ними. Определения и нахождение абсолютной и предельной абсолютной и относительной погрешностей. Погрешности результатов арифметических действий над приближёнными значениями.
4. Интерполирование функций: интерполяционные полиномы Лагранжа. Методы кусочно-линейной и полиномиальной интерполяции; определение и построение интерполяционного многочлена Лагранжа.
5. Приближенные вычисления. Дифференциал функции, его применение для приближенного вычисления значений функций. Вычисление интегралов и оценка погрешностей с помощью рядов. Метод степенных рядов для нахождения приближенного решения задачи Коши дифференциальных уравнений.

#### Теория вероятностей и математическая статистика

1. Испытание, событие. Классификация событий. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Нахождение вероятности случайного события на основе классического определения.
2. Элементы комбинаторики. Перестановки, сочетания, размещения. Применение для нахождения вероятности случайного события на основе классического определения.
3. Геометрическое определение вероятности. Применение в решении задач.
4. Действия над событиями: сумма, произведение, разность, противоположное событие. Диаграммы Венна. Применение в решении задач.
5. Теорема сложения вероятностей. Совместные и несовместные события. Применение в решении задач.
6. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Зависимые и независимые события. Применение в решении задач.
7. Полная вероятность. Формула Байеса. Априорная и апостериорная вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Применение в решении задач.
8. Понятие случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Задание случайной величины таблицей (рядом распределения). Многоугольник (полигон) распределения вероятностей. Функция распределения.
9. Числовые характеристики случайных величин. Определение и нахождение математического ожидания дискретной случайной величины. Определение и нахождение дисперсии дискретной случайной величины. Среднее квадратическое отклонение.
10. Непрерывные случайные величины. Функция распределения случайной величины. Плотность вероятности непрерывной случайной величины. Свойства. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал.
11. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Определение, нахождение математического ожидания непрерывной случайной величины. Определение, нахождение дисперсии непрерывной случайной величины. Мода, медиана, квантиль случайной величины.
12. Равномерный закон распределения. Числовые характеристики.
13. Нормальный закон распределения. Числовые характеристики. Нормальная (гауссова) кривая, ее параметры.
14. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Обобщенная теорема Чебышева. Теорема Маркова. Следствия закона больших чисел: теоремы Бернулли и Пуассона. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых.
15. Статистическое распределение выборки. Определение. Нахождение частот статистического распределения выборки.
16. Характеристики вариационного ряда: определение, нахождение характеристик вариационного ряда.

17. Точечные оценки параметров распределения. Определение. Нахождение несмещенных оценок математического ожидания.
18. Интервальные оценки параметров распределения.
19. Элементы корреляционного анализа: определение коэффициента корреляции, определение коэффициента регрессии.
20. Проверка статистических гипотез: определение статистической гипотезы. Конкурирующая гипотеза.

## **VII. Материально-техническое обеспечение**

Учебные аудитории.

## **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.	Раздел V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	Дополнен список основной и дополнительной литературы	Протокол №11 от 28.04.21г. заседания ученого совета химико-технологического факультета
2.	Раздел IV Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации	Разработаны фонды оценочных средств по каждой компетенции	Протокол №1 от 31.08.22г. заседания ученого совета химико-технологического факультета