

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 23.09.2022 14:25:18  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:  
Руководитель ООП:  
Б.Б.Педько  
августа 2017 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**Математический анализ**

Направление подготовки  
**03.03.03 Радиофизика**

Программа подготовки  
«Физика и технология радиоэлектронных приборов и устройств»

Для студентов 1, 2 курса очной формы обучения

Составитель:  
д.ф.-м.н., профессор Малышкина О.В.

Тверь 2017

## **I. Аннотация**

### **1. Наименование дисциплины в соответствии с учебным планом**

Математический анализ.

В учебном плане 2014 г.н. Математический анализ 1, Математический анализ 2.

### **2. Цель и задачи дисциплины**

**Целями** освоения дисциплины «**Математический анализ**» является изучение основных понятий и результатов указанной дисциплины необходимых для освоения ООП и последующей профессиональной деятельности.

**Задачами** освоения дисциплины является формирование четкого понимания и освоение навыков вычисления по следующим разделам: пределы и непрерывность функции; производная функции; основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях; исследование поведения функций и построение их графиков; неопределенный и определенный интегралы; функции нескольких переменных; геометрические приложения дифференциального исчисления; кратные интегралы; криволинейные и поверхностные интегралы; ряды; несобственные интегралы, интегралы, зависящие от параметра; ряд и интеграл Фурье; элементы теории поля.

### **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к дисциплинам 2-го модуля базовой части учебного плана. Математический анализ имеет логические и содержательно – методические взаимосвязи со всеми математическими, естественно-научными и профессиональными дисциплинами 1 блока учебного плана и необходим для изучения этих дисциплин.

Для освоения дисциплины необходимы знания и наличие устойчивых навыков работы с объектами этой дисциплины.

**4. Общая трудоемкость дисциплины** составляет 9 зачетных единиц, 324 часа, в том числе **контактная работа**: лекции 110 час., практические занятия 110 час.; **самостоятельная работа** 104 час.

**В учебном плане 2014 г.н.** объем дисциплины Математический анализ 1: 7 зачетных единиц, 252 академических часа, в том числе **контактная работа**: лекции 74 часа, практические занятия 74 часа; **самостоятельная работа**: 104 часа.

**В учебном плане 2014 г.н.** объем дисциплины Математический анализ 2: 3 зачетных единицы, 108 академических часов, в том числе **контактная работа**: лекции 36 часов, практические занятия 36 часов; **самостоятельная работа**: 36 часов.

**5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (Формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 способность к овладению базовыми знаниями в области математики и естественных наук, их использованию в профессиональной деятельности	<p><b>Владеть</b> - математическим аппаратом, изученным в данном курсе.</p> <p><b>Уметь</b> - применять изученные математические методы при решении профессиональных и инновационных задач</p> <p><b>Знать</b> - Основные положения теории пределов и непрерывности, теории дифференцирования, теории числовых и функциональных рядов, теории интеграла в одномерном анализе; Основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций многих переменных, основы функционального анализа.</p>

**6. Форма промежуточной аттестации - экзамен в 1, 2, 3 семестрах.**

В учебном плане 2014 г.н. форма промежуточной аттестации дисциплины Математический анализ 1 - экзамен в 1, 2 семестрах.

В учебном плане 2014 г.н. форма промежуточной аттестации дисциплины Математический анализ 2 - экзамен в 3 семестре.

**7. Язык преподавания русский.**

**II. Структура дисциплины**

**1. Структура дисциплины для студентов очной формы обучения**

	Учебная программа – Наименование разделов и тем	Всего (час)	Контактная работа (час.)		Самос- тоятель- ная работа (час)
			Лек- ции	Практи- ческие работы	
<i>1 семестр</i>					
<i>Введение в анализ</i>					
1	Элементы теории множеств <i>Множества. Операции над множествами и их</i>	1	1		

	<i>основные свойства.</i>				
2	<p>Действительные числа</p> <p><i>Аксиоматическое построение множества действительных чисел. Натуральные числа. Принцип математической индукции. Грани числовых множеств. Теоремы о существовании и единственности граней.</i></p>	1	1		
3	<p>Числовые последовательности</p> <p><i>Понятие последовательности. Свойства. Предел числовой последовательности. Необходимое условие сходимости последовательности (Теорема об ограниченности ...) Единственность предела. Арифметические операции над пределами. Критерий Коши. Достаточное условие сходимости (теорема Вейерштрасса). Число "ε". Бесконечно малые последовательности. Предельный переход в неравенствах. (теорема Больцано – Вейерштрасса; верхний и нижний предел последовательности). Бесконечные пределы.</i></p>	6	2	4	
4	<p>Функция одной переменной</p> <p><i>Понятие функции. Общие свойства функций. Числовые функции. Ограниченные, монотонные, периодические, четные и нечетные функции. Неявное задание функции. Параметрическое задание функции. Элементарные функции. Обзор свойств базисных элементарных функций. Классификация элементарных функций.</i></p>	8	4	4	
5	<p>Непрерывность числовой функции</p> <p><i>Предельные точки множества. Понятие предела функции в точке. Локальная ограниченность функции, имеющей предел в точке. Бесконечно малые функции. Предел и арифметические операции. Предельный переход в неравенствах. Замена переменной под знаком предела. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности. 1-й и 2-й замечательные пределы. Другие эталонные пределы. Понятие непрерывности функции в точке. Непрерывность и арифметические операции. Непрерывность композиции. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Непрерывность элементарных функций.</i></p>	15	9	6	

	<p>Непрерывность функции, заданной параметрически. Понятие кривой. Непрерывность и ограниченность. Теорема Вейерштрасса. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Непрерывность и монотонность. Непрерывность обратной функции. Терминология <math>o(x)</math> и <math>O(x)</math>. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентность бесконечно малых. Выделение главной части. Классификация бесконечно больших.</p>				
6	<p>Дифференцирование функций одной переменной</p> <p>Производная. Геометрический смысл производной. Понятие дифференцируемости функции в точке. (теорема о необходимом и достаточном условии). Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал. Правила дифференцирования. Дифференцируемость элементарных функций. Дифференцируемость сложной функции. Дифференцируемость обратной функции. Экстремум функции одной переменной. Необходимое условия экстремума. (Теорема Ферма). Теорема Ролля. Теорема о среднем значении (Лагранжа). Высшие производные и дифференциалы. Обобщение правил дифференцирования на производные высших порядков. Условия монотонности одномерной функции. Достаточные условия экстремума. Выпуклые функции. Условия выпуклости в терминах производных. Точки перегиба. Асимптоты. Раскрытие неопределенностей <math>0/0</math>. Правила Лопиталя. Раскрытие неопределенностей <math>\infty/\infty</math>. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Представление формулой Тейлора базисных элементарных функций.</p>	29	13	16	
7	<p>Дифференцирование функций многих переменных</p> <p><math>n</math>-мерное пространство. Функции нескольких переменных. График. Предел функций нескольких переменных. Повторные пределы.</p>	8	4	4	

	<p>Пределы по направлению. Непрерывность функции нескольких переменных, непрерывность по фиксированной переменной. Производные функции нескольких переменных. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Непрерывность дифференцируемой функции. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Производная сложной функции нескольких переменных. Арифметические операции дифференцирования функции нескольких переменных. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент.</p>				
8	<p>Неявные функции  Понятие неявной функции одной переменной. Существование и непрерывность неявной функции. Производная неявных функций.</p>	4	2	2	
	<b>экзамен</b>	<b>34</b>			34
	<b>итого</b>	<b>106</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>34</b>
	2 семестр				
9	<p>Интегральное исчисление  Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Интегрирование по частям и замена переменной. Техника неопределенного интегрирования. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций. Разбиения отрезка. Определение интеграла Римана. Верхние и нижние интегральные суммы (суммы Дарбу). Верхний и нижний интеграл. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций. Интегрируемость модуля и произведения функций. Основные свойства интеграла Римана: линейность, монотонность, аддитивность. Оценка модуля интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Непрерывность и дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Существование первообразной. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена</p>	26	14	12	

	<i>переменной. Геометрические и физические приложения интеграла. Площадь криволинейной трапеции. Спрямоугольные кривые. Длина кривой.</i>				
10	<i>Несобственные интегралы Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и от неограниченной функции. Основные свойства. Вычисление. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости несобственных интегралов. Признаки сравнения. Признаки Абеля и Дирихле. Интегралы с несколькими особенностями. Сходимость в смысле главного значения.</i>	8	4	4	
11	<i>Интегралы с параметрами Собственные интегралы с параметрами. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость по параметру. Несобственные интегралы с параметрами. Равномерная сходимость. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость по параметру. Непрерывность и дифференцируемость.</i>	8	4	4	
12	<i>Кратные интегралы Внешняя и внутренняя мера множества на плоскости. Измеримые по Жордану множества. Мера Жордана. Критерии измеримости. Монотонность и конечная аддитивность меры. Множества меры нуль. Мера Жордана в пространствах <math>R^3</math> и <math>R^n</math>. Двойные интегралы. Линейность, монотонность и конечная аддитивность двойного интеграла. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам. Тройные интегралы и интегралы высшей кратности. Приложения кратных интегралов.</i>	14	8	6	
13	<i>Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности Естественная параметризация кривой. Ориентация кривой. Понятие криволинейного интеграла 1-го рода. Вычисление сведением к определенному интегралу. Криволинейные интегралы 2-го рода. Связь с криволинейным интегралом 1-го рода и определенным</i>	20	8	12	

	<i>интегралом. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Приложения криволинейных интегралов. Понятие поверхности. Параметрическое задание поверхности. Ориентация поверхности. Кривые на поверхности. Площадь поверхности. Интегралы по поверхности 1-го и 2-го рода. Сведение к двойному интегралу. Теоремы Стокса и Остроградского – Гаусса.</i>				
	<b>экзамен</b>	<b>34</b>			34
	<b>итого</b>	<b>110</b>	<b>38</b>	<b>38</b>	<b>34</b>
	<i>3 семестр</i>				
14	Теория поля  <i>Скалярное и векторное поле. Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Работа силового поля. Поток поля через поверхность. Формула Гаусса-Остроградского. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Формула Стокса. Ротор векторного поля. Потенциальное поле, его свойства. Условие потенциальности.</i>	8	4	4	
15	Числовые ряды. <i>Понятие числового ряда. Общий член. Частные суммы. Сходимость числового ряда. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Остаток ряда. Критерий Коши. Абсолютная сходимость. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости: признаки сравнения, признак Даламбера, признак Коши. Признаки, Раабе, Гаусса. Интегральный признак. Ряды с произвольными членами. Признаки сходимости Абеля и Дирихле. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница сходимости знакопередающегося ряда. Умножение рядов. Группировка и перестановка членов ряда. Теорема Римана.</i>	10	10	10	
16	Функциональные и степенные ряды <i>Функциональные последовательности. Поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши. Непрерывность предельной функции. Предельный переход под знаком интеграла. Сходимость последовательности производных. Функциональные ряды.</i>	16	8	8	



	<i>Поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Непрерывность суммы ряда. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов. Степенные ряды. Теорема Коши - Адамара. Радиус, интервал и область сходимости. Равномерная сходимость степенных рядов. Теорема Абеля. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряд Тейлора. Условия сходимости. Разложение в степенной ряд базисных элементарных функций.</i>				
17	<i>Ряды Фурье. Преобразование Фурье Тригонометрический многочлен и тригонометрический ряд. Ортогональность тригонометрической системы функций. Вычисление коэффициентов равномерно сходящегося тригонометрического ряда. Ряд Фурье. Минимальное свойство частных сумм ряда Фурье. Теорема о квадратичном уклонении. Неравенство Бесселя. Стремление к нулю коэффициентов Фурье. Интегральное представление частных сумм ряда Фурье. Признак Дирихле сходимости ряда Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье.</i>	16	8	8	
18	<i>Элементы функционального анализа Понятие Меры. Счетное множество. Интеграл Лебега. Функция Дирихле. Гильбертово пространство <math>L^2</math>. Ортонормированная система функций пространства <math>L^2</math>. Её свойства. Понятие общего ряда Фурье. Понятие обобщенных функций. Свойства Обобщенных функций Дельта функция. Свертка. Дискретное преобразование Фурье.</i>	12	6	6	
	<b>экзамен</b>	<b>36</b>			36
	<b>итого</b>	<b>108</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>36</b>
	<b>Итого (всего часов)</b>	<b>324</b>	<b>110</b>	<b>110</b>	<b>104</b>

### III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

- планы практических (семинарских) занятий,

- сборник задач.

#### IV. Фонды оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

**Форма проведения промежуточного контроля:** студенты, освоившие программу курса «Математический анализ» могут сдать экзамен по итогам рейтинговой аттестации согласно «Положения о рейтинговой системе обучения и оценки качества учебной работы студентов ТвГУ» (протокол №4 от 25 октября 2017 г.).

Если условия «Положения о рейтинговой системе ...» не выполнены, то экзамен сдается согласно «Положения о промежуточной аттестации (экзаменах и зачетах) студентов ТвГУ» (протокол №4 от 25 октября 2017 г.).

Контроль сформированности компетенции осуществляется с помощью оценочных средств на основе критериев, которые разрабатываются с целью выявления соответствия этапов освоения компетенции планируемым результатам обучения (см. карту компетенций).

#### 1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции ОПК-1 способность к овладению базовыми знаниями в области математики и естественных наук, их использованию в профессиональной деятельности

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
начальный <b>владеть</b> аппаратом математического анализа	1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 3x - 2}.$ 2. Найти производную функции: $f(x) = e^{2x} \sin x + 2e^{2x} \cos x.$ 3. Найти экстремумы функции $f(x) = e^{2x} \cos x.$ 4. Найти частные производные первого порядка функции: $f(x, y) = (\cos x)^y.$	<ul style="list-style-type: none"><li>• Работа выполнена самостоятельно – 4 балл</li><li>• Отсутствуют арифметические ошибки и описки – 1 балл.</li></ul>
начальный	1. Найти множество, на которое функция	<ul style="list-style-type: none"><li>• Работа выполнена</li></ul>

<p><b>уметь</b> применять изученные математические методы при решении профессиональных и инновационных задач</p>	<p><math>f(x)</math> отображает множество <math>E</math> (найти <math>f(E)</math>) если</p> $f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3} + 5, \quad E = (0, 2).$ <p>2. Найти значение производной функции в точке <math>x=1</math>:</p> $f(x) = \frac{2x + 5}{x^2 - 3x + 4}.$ <p>3. Найти <math>f''(x)</math>, если</p> $f(x) = (x^2 + 3x - 5)e^{-2x}.$ <p>4. Вычислить <math>f'''_{xy}</math>, если</p> $f(x, y) = (2x + 1)e^{x+2y}.$	<p>самостоятельно – 4 балл</p> <p>Отсутствуют арифметические ошибки и описки – 1 балл.</p>
<p>начальный <b>знать</b> Основные положения теории пределов и непрерывности, теории дифференцирования, Основные теоремы дифференциального исчисления функций многих переменных.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Предел числовой последовательности.</li> <li>2. Элементарные функции.</li> <li>3. Производная. Геометрический смысл производной.</li> <li>4. Правила дифференцирования.</li> <li>5. Дифференцируемость элементарных функций.</li> <li>6. Высшие производные.</li> <li>7. Функции нескольких переменных.</li> <li>8. Производные функции нескольких переменных. Частные производные.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тема раскрыта с опорой на соответствующие понятия и теоретические положения – 3 балла</li> <li>• Факты и примеры в полном объеме обосновывают выводы – 3 балла</li> <li>• Ответ характеризуется композиционной цельностью, соблюдена логическая последовательность – 3 балла</li> <li>• Нет лексико-грамматических ошибок – 1 балл</li> </ul>
<p>промежуточный <b>владеть</b> аппаратом математического анализа</p>	<p>Вычислить интеграл:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\int tg(3x + 5) dx</math></li> <li>2. <math>\int_{-1}^1 e^{2x+3} dx</math></li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Работа выполнена самостоятельно – 4 балл</li> <li>• Отсутствуют арифметические ошибки и описки – 1 балл.</li> </ul>
<p>промежуточный <b>уметь</b></p>	<p>Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Работа выполнена самостоятельно –</li> </ul>

<p>применять изученные математические методы при решении профессиональных и инновационных задач</p>	<p><math>y = 4x^2 + 4x + 1</math> и <math>y = 8x + 1</math> Найти объем тела, ограниченного поверхностями <math>z = e^{2x+3y}</math>, <math>z = 0</math>, <math>x + 2y = 0</math>, <math>x = 4</math>, <math>y = 1</math></p>	<p>4 балл Отсутствуют арифметические ошибки и описки – 1 балл.</p>
<p>промежуточный <b>знать</b> Основные положения теории интеграла в одномерном анализе; Основные теоремы интегрального исчисления функций многих переменных.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Первообразная.</li> <li>2. Неопределенный интеграл.</li> <li>3. Определение определенного интеграла.</li> <li>4. Формула Ньютона-Лейбница.</li> <li>5. Определение двойного интеграла.</li> <li>6. Понятие криволинейного интеграла.</li> <li>7. Интегралы по поверхности.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тема раскрыта с опорой на соответствующие понятия и теоретические положения – 3 балла</li> <li>• Факты и примеры в полном объеме обосновывают выводы – 3 балла</li> <li>• Ответ характеризуется композиционной цельностью, соблюдена логическая последовательность – 3 балла</li> <li>• Нет лексико-грамматических ошибок – 1 балл</li> </ul>
<p>заключительный <b>владеть</b> аппаратом математического анализа</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Исследовать сходимость ряда: <math display="block">\sum_{n=1}^{\infty} \frac{((2n)!)^2}{(4n)!}</math></li> <li>2. Найти преобразование Фурье для функции <math>f(x) = e^{-2 x+3 }</math>.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Работа выполнена самостоятельно – 4 балл</li> <li>• Отсутствуют арифметические ошибки и описки – 1 балл.</li> </ul>
<p>заклучительный <b>уметь</b> применять изученные математические методы при решении профессиональных и инновационных задач</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найти модуль и направление градиента поля <math>u</math> в точке <math>A(1,1,2)</math>, если <math>u = z\sqrt{xy} + x^2y - 3xz^2</math>.</li> <li>2. Разложить в ряд Фурье в интервале <math>(-2, 2)</math> следующую функцию <math>f(x) =  x^2 - 1 </math>.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Работа выполнена самостоятельно – 4 балл</li> <li>• Отсутствуют арифметические ошибки и описки – 1 балл.</li> </ul>

<p>заключительный <b>знать</b> Основные положения теории числовых и функциональных рядов, основы функционального анализа.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Элементы векторного анализа.</li> <li>2. Понятие числового ряда и сходимости ряда.</li> <li>3. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда.</li> <li>4. Понятие степенного ряда.</li> <li>5. Тригонометрический ряд Фурье. Коэффициенты Фурье.</li> <li>6. Интеграл Фурье.</li> </ol> <p>Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тема раскрыта с опорой на соответствующие понятия и теоретические положения – 3 балла</li> <li>• Факты и примеры в полном объеме обосновывают выводы – 3 балла</li> <li>• Ответ характеризуется композиционной цельностью, соблюдена логическая последовательность – 3 балла</li> <li>• Нет лексико-грамматических ошибок – 1 балл</li> </ul>
---	--	--

#### **V. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

а) основная литература:

1. Карташев, А.П. Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2007. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/178>.
2. Запорожец, Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 464 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/149>.

б) дополнительная литература:

1. Ивашев-Мусатов, О.С. Начала математического анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 256 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/161>.

#### **VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины**

программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Математические пакеты Maple, Mathematica, Mathcad.

Сайт [www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru)

## **VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

*1) Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине*

### **Методические рекомендации по подготовке к занятиям**

Самостоятельная работа начинается до прихода студента на лекцию. Целесообразно использование «системы опережающего чтения», т.е. предварительного прочитывания лекционного материала, содержащегося в учебниках и учебных пособиях, закладывающего базу для более глубокого восприятия лекции. Работа над лекционным материалом включает два основных этапа: конспектирование лекций и последующую работу над лекционным материалом. Под конспектированием подразумевают составление конспекта, т.е. краткого письменного изложения содержания чего-либо (устного выступления – речи, лекции, доклада и т.п. или письменного источника – документа, статьи, книги и т.п.).

Методика работы при конспектировании устных выступлений значительно отличается от методики работы при конспектировании письменных источников. Конспектируя письменные источники, студент имеет возможность неоднократно прочитать нужный отрывок текста, поразмыслить над ним, выделить основные мысли автора, кратко сформулировать их, а затем записать. При необходимости он может отметить и свое отношение к этой точке зрения. Слушая же лекцию, студент большую часть комплекса указанных выше работ должен откладывать на другое время, стремясь использовать каждую минуту на запись лекции, а не на ее осмысление – для этого уже не остается времени. Поэтому при конспектировании лекции рекомендуется на каждой странице отделять поля для последующих записей в дополнение к конспекту.

Записав лекцию или составив ее конспект, не следует оставлять работу над лекционным материалом до начала подготовки к зачету. Нужно проделать как можно раньше ту работу, которая сопровождает конспектирование письменных источников и которую не удалось сделать во время записи лекции: прочесть свои записи, расшифровав отдельные сокращения, проанализировать текст, установить логические связи между его элементами, выделить главные мысли, отметить вопросы, требующие дополнительной обработки, в частности, консультации преподавателя.

В процессе организации самостоятельной работы большое значение имеют консультации с преподавателем, в ходе которых можно решить многие проблемы изучаемого курса, уяснить сложные вопросы. Беседа студента и преподавателя может дать многое - это простой прием получения знаний. Самостоятельная работа носит сугубо

индивидуальный характер, однако вполне возможно и коллективное осмысление проблем.

### *Планы семинарских занятий*

#### *1 семестр*

1. Исследование одномерных функций методами дифференциального исчисления и построение их графиков.
2. Верхние и нижние грани числовых множеств.
3. Общее понятие функции.
4. Предел числовой последовательности
5. Предел числовой функции.
6. Непрерывность числовой функции
7. Дифференцирование одномерных функций.
8. Экстремум одномерной функции
9. Дифференцирование функций многих переменных.
10. Частные производные.

#### *2 семестр*

11. Неопределенный интеграл.
12. Определенный интеграл.
13. Несобственный интеграл.
14. Приложения интеграла.
15. Двойные и тройные интегралы.
16. Приложения кратных интегралов.
17. Криволинейные интегралы.
18. Интегралы по поверхности.
19. Интегралы с параметрами.

#### *3 семестр*

20. Дифференцирование скалярного поля
21. Дифференцирование векторного поля
22. Числовые ряды.
23. Функциональные ряды.
24. Степенные ряды.
25. Ряды Фурье.
26. Интегральное преобразование Фурье.

**Методические рекомендации по подготовке к зачету по теории и экзамену**

Экзамен - важные этапы в учебном процессе, имеющие целью проверку знаний, выявление умений применять полученные знания к решению практических задач. Как подготовка к экзамену, так и сам экзамен - форма активизации и систематизации полученных знаний, их углубления и закрепления.

Для экзамена необходимо следующее: экзаменационные вопросы; материалы курса; ваши КР; ваши записи; ваш преподаватель; ваша учебная группа; учебные занятия.

Рекомендуем воспользоваться общими советами.

1. Используйте экзаменационные вопросы. Это даст Вам верное представление о том, что нужно ожидать на экзамене. Попрактикуйтесь в написании ответов на вопросы, стараясь уложиться в отведённое время, но при этом имейте под руками материалы курса, чтобы проверить Вашу память на относящиеся к делу идеи и концепции.

2. Используйте материалы курса. У Вас будут хорошие шансы сдать экзамен успешно, если Вы используете материалы курса в Ваших ответах на экзаменационные вопросы. Постарайтесь бегло просмотреть основные идеи курса, когда у Вас появится некоторое время для обдумывания.

3. Прибегните к помощи Вашего преподавателя и других студентов Вашей группы.

4. Используйте лекции и учебные занятия для подготовки к зачету и экзамену.

### ***Вопросы к экзамену***

#### **1 семестр**

1. Понятие множества, их основные свойства.
2. Множество действительных чисел. Аксиоматика множества действительных чисел.
3. Подмножества действительных чисел.. Принцип математической индукции.
4. Грани числовых множеств. Теоремы о существовании и единственности граней.
5. Понятие последовательности. Свойства.
6. Предел числовой последовательности.
7. Необходимое условие сходимости последовательности (Теорема об ограниченности ...)
8. Единственность предела.
9. Арифметические операции над пределами.
10. Критерий Коши.
11. Достаточное условие сходимости (теорема Вейерштрасса).
12. Число “ $\epsilon$ ”.
13. Бесконечно малые последовательности.



14. Предельный переход в неравенствах. (теорема Больцано – Вейерштрасса; верхний и нижний предел последовательности).
15. Бесконечные пределы.
16. Понятие функции. Способы задания.
17. Общие свойства функций. (Ограниченные, монотонные, периодические, четные и нечетные функции).
18. Обратная функция. Свойства. Примеры (из базисных функций)
19. Неявное задание функции. Параметрическое задание функции.
20. Элементарные функции.
21. Предельные точки множества.
22. Понятие предела функции в точке.
23. Локальная ограниченность функции, имеющей предел в точке.
24. Единственность предела функции в точке.
25. Предельный переход в неравенствах. Предел сложной функции.
26. 1-й и 2-й замечательные пределы.
27. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности.
28. Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентность бесконечно малых. Выделение главной части.
29. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших.
30. Понятие непрерывности функции в точке. Непрерывность элементарных функций.
31. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции.
32. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва.
33. Непрерывность на промежутке. Ограниченность.
34. Теорема Вейерштрасса (о наибольших и наименьших значениях функции).
35. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Непрерывность обратной функции.
36. Производная. Геометрический смысл производной.
37. Понятие дифференцируемости функции в точке. (теорема о необходимом и достаточном условии).
38. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал.
39. Правила дифференцирования.
40. Дифференцируемость элементарных функций.
41. Дифференцируемость сложной функции. Дифференцируемость обратной функции.
42. Экстремум функции одной переменной.

43. Необходимые условия экстремума. (Теорема Ферма).
44. Теорема Ролля.
45. Теорема о среднем значении (Лагранжа)
46. Высшие производные и дифференциалы.
47. Обобщение правил дифференцирования на производные высших порядков.
48. Условия монотонности одномерной функции.
49. Достаточные условия экстремума.
50. Выпуклые функции. Условия выпуклости в терминах производных.
51. Точки перегиба. Асимптоты.
52. Раскрытие неопределенностей  $0/0$ . Правила Лопиталья.
53. Раскрытие неопределенностей  $\infty/\infty$ . Правило Лопиталья
54. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
55. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши.
56. Представление формулой Тейлора базисных элементарных функций.
57.  $n$ -мерное пространство.
58. Функции нескольких переменных. График.
59. Предел функций нескольких переменных.
60. Повторные пределы.
61. Пределы по направлению.
62. Непрерывность функции нескольких переменных, непрерывность по фиксированной переменной.
63. Производные функции нескольких переменных. Частные производные.
64. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Непрерывность дифференцируемой функции.
65. Полный дифференциал функции нескольких переменных.
66. Производная сложной функции нескольких переменных.
67. Арифметические операции дифференцирования функции нескольких переменных.
68. Производные высших порядков функции нескольких переменных.
69. Производная по направлению. Градиент.
70. Понятие неявной функции одной переменной.
71. Существование и непрерывность неявной функции..
72. Производная неявных функций.

## *2 семестр*

1. Первообразная.
2. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.

3. Интегрирование по частям.
4. Интегрирование путем замены переменной.
5. Обобщенная формула интегрирования по частям.
6. Интегрирование рациональных выражений.
7. Определение определенного интеграла (интеграла Римана). Теорема об условиях существования интеграла
8. Основные свойства интеграла Римана.
9. Свойства интегрируемых функций.
10. Свойства определенных интегралов. Оценка модуля интеграла. Теорема о среднем значении.
11. Интеграл с переменным верхним пределом.
12. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Формулы вычисления определенного интеграла. Интегрирование по частям и замена переменной.
14. Геометрические приложения интеграла.
15. Несобственные интегралы с бесконечным пределом.
16. Признак сходимости Коши несобственных интегралов. Абсолютная сходимость. Признаки сравнения.
17. Признак Дирихле.
18. Признак Абеля.
19. Несобственные интегралы от неограниченной функции. Теорема об интегрируемости неограниченных функций.
20. Равномерная сходимость.
21. Собственные интегралы с параметрами. Предельный переход под знаком интеграла.
22. Дифференцируемость и интегрируемость по параметру.
23. Несобственные интегралы с параметрами. Предельный переход под знаком интеграла.
24. Дифференцируемость и интегрируемость по параметру несобственного интеграла
25. Определение двойного интеграла.
26. Свойства двойного интеграла.
27. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным.
28. Функциональный определитель (Якобиан). Преобразование плоских областей.
29. Замена переменных в двойном интеграле.
30. Несобственные двойные интегралы.
31. Тройные интегралы.
32. Интегралы высшей кратности.

33. Замена переменных в кратных интегралах.
34. Переход к сферическим и цилиндрическим координатам.
35. Длина кривой. Спрямолинейные кривые. Направление на кривой.
36. Понятие криволинейного интеграла 1-го типа.
37. Вычисление криволинейного интеграла 1-го типа сведением к определенному интегралу.
38. Криволинейные интегралы 2-го типа.
39. Криволинейные интегралы 2-го типа общего вида.
40. Вычисление криволинейного интеграла 2-го типа.
41. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го типа и определенным интегралом.
42. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру ориентация поверхности
43. Формула Грина.
44. Следствия формулы Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.
45. Понятие поверхности. Сторона поверхности.
46. Параметрическое задание поверхности. Площадь поверхности.
47. Интегралы по поверхности 1-го типа.
48. Интегралы по поверхности 2-го типа.
49. Сведение к двойному интегралу.
50. Формула Стокса.
51. Формула Остроградского – Гаусса.

### 3 семестр

1. Элементы векторного анализа.
2. Скалярное и векторное поле.
3. Дифференцируемость скалярного поля. Градиент.
4. Дифференцируемость векторного поля. Производная по направлению.
5. Поток поля через поверхность.
6. Дивергенция векторного поля.
7. Циркуляция (ротор) векторного поля вдоль кривой.
8. Дифференцируемость векторного поля. Оператор Лапласа.
9. Понятие числового ряда и сходимости ряда.
10. Простейшие свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд.
11. Необходимый признак сходимости числового ряда.

12. Достаточный признак сходимости числового ряда (Критерий Коши).
13. Признаки сравнения сходимости положительного числового ряда.
14. Признак Даламбера сходимости положительного ряда. Примеры.
15. Признак Коши и интегральный признак Коши-Макларена сходимости положительного ряда.
16. Абсолютная и условная сходимость ряда. Примеры.
17. Перестановка членов ряда. Примеры.
18. Группировка членов ряда. Теорема Римана.
19. Переместительное свойство абсолютно сходящегося ряда. (Теорема Коши).
20. Признак Лейбница сходимости знакопеременного ряда. Признак Дирихле–Абеля сходимости ряда с произвольными членами.
21. Бесконечные произведения. Необходимое условие сходимости бесконечного произведения.
22. Связь сходимости бесконечных произведений и рядов.
23. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда.
24. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
25. Признак Дирихле–Абеля равномерной сходимости функционального ряда. Пример.
26. Непрерывность суммы равномерно сходящегося функционального ряда.
27. Теорема о почленном переходе к пределу (равномерная сходимость функционального ряда).
28. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании функционального ряда.
29. Понятие степенного ряда. Условие абсолютной сходимости степенного ряда.
30. Радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда.
31. Отыскание радиуса сходимости степенного ряда.
32. Непрерывность суммы степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
33. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Разложение в ряд Тейлора базисных элементарных функций.
34. Понятие Меры. Счетное множество.
35. Интеграл Лебега. Функция Дирихле.
36. Гильбертово пространство  $L^2$ .
37. Ортонормированная система функций пространства  $L^2$ . Её свойства.
38. Понятие общего ряда Фурье.

39. Свойства  $n$ -ой частичной суммы ряда Фурье. Тождество и неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.
40. Единственность разложения функции в ряд Фурье.
41. Понятие тригонометрического ряда. Вычисление коэффициентов равномерно сходящегося тригонометрического ряда.
42. Тригонометрический ряд Фурье. Коэффициенты Фурье.
43. Понятие гармонического анализа. Примеры разложения в ряд Фурье.
44. Сходимость к нулю коэффициентов Фурье.
45. Условия Дирихле разложимости функции в ряд Фурье.
46. Признаки Липшица и Дирихле сходимости ряда Фурье в точке.
47. Разложение на произвольном промежутке. Комплексная форма ряда Фурье.
48. Интеграл Фурье.
49. Требования к функции (Основная лемма).
50. Достаточные признаки сходимости интеграла Фурье.
51. Различные формы интегралов Фурье.
52. Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье.
53. Свойства преобразований Фурье.
54. Преобразование Фурье функции двух переменных.
55. Понятие обобщенных функций.
56. Свойства Обобщенных функций
57. Дельта функция.
58. Свертка.

### **Критерии оценки знаний при сдаче экзамена**

Экзамен по дисциплине сдается по экзаменационным билетам, куда входят три вопроса по дисциплине.

Положительная оценка выставляется в том случае, если студентами выполняются все приоритетные и дополнительные виды работ, как в устной, так и письменной форме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в том случае, если студенты систематически пропускают занятия и не восполняют пропуск проделанных работ.

### *2) Требования к рейтинг-контролю*

Оценка знаний студентов осуществляется по результатам успеваемости и оценивается по 100 – бальной системе. Семестр делится на два модуля.

***Если семестр оканчивается зачетом.***

Студент получает зачет автоматом, если в течение семестра у него набрано 50 баллов. В противном случае в конце семестра зачет сдается по билетам.

Если набрано менее 20 баллов, кроме теоретического вопроса студенту также требуется решить задачу.

***Если семестр оканчивается экзаменом.***

В каждом модуле студент может набрать максимально по 30 баллов. Для того чтобы студент был допущен к экзамену, ему нужно набрать не менее 20 баллов.

Интегральная (рейтинговая) оценка знаний студентов осуществляется в баллах в комплексной форме с учетом:

- оценки по итогам текущего контроля (до 60 баллов);
- оценки итоговых знаний в ходе экзамена (до 40 баллов).

***Критерии оценки качества знаний для итогового контроля***

<b>5-ти балльная оценка/ балльно-рейтинговая оценка</b>	<b>Пояснение к оценке</b>
<b>«отлично», 85-100 баллов</b>	теоретическое содержание курса освоено <b>полностью</b> , без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, <b>все</b> предусмотренные программой обучения учебные задания <b>выполнены</b> .
<b>«хорошо», 70-84 баллов</b>	теоретическое содержание курса освоено <b>полностью</b> , без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, предусмотренные программой обучения учебные задания <b>частично выполнены</b> .
<b>«удовлетворительно», 50 -69 баллов</b>	теоретическое содержание курса освоено <b>не полностью</b> , с пробелами, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы частично, предусмотренные программой обучения учебные задания <b>выполнены с ошибками</b> .
<b>«Неудовлетворительно», Менее 20-49 баллов</b>	теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы <b>не сформированы</b> , все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.

**VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости)**

Традиционные лекция и практическое занятие, коллоквиум, выполнение расчетно-

графических работ, Предусмотрено использование средств мультимедиа.

**IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

<b>Наименование специальных* помещений</b>	<b>Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы</b>	<b>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</b>
<p>Лекционная аудитория № 226 (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35)</p>	<p>1 Микшерный пульт Yamaha MG-124C                  2 Аудиокомплект (мик. пульт, акуст. усилитель, акуст. система, радиосистема)                  3 Интерактивная система SMART Board 660i4                  4 Мультимедийный проектор Epson EB-4850WU с потолочным креплением                  5 Телекоммуникационный шкаф ШТК-М-18.6.6-3AAA с полками                  6 Телекоммуникационный шкаф ШТК-М-18.6.6-3AAA с полками                  7 Экран настенный ScreenMedia 213*213 (M082-08156)                  8 Компьютер iRU Corp 510 15-2400/4096/500/G210-512/DVD-RW/W7S/монитор E-Machines E220HQVB 21,5''                  9 Комплект учебной мебели на 110 посадочных мест</p>	<p>Google Chrome – бесплатно                  Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г.                  MS Office 365 pro plus - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017                  Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017</p>
<p>Учебная аудитория № 218 (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35)</p>	<p>1. Комплект учебной мебели на 25 посадочных мест.                  2. Экран настенный 153x203</p>	<p>Adobe Acrobat Reader DC – бесплатно                  Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля</p>



	3. Переносной комплект мультимедийной техники.	2017 Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г. Google Chrome – бесплатно MS Office 365 pro plus - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017
Лекционная аудитория № 227 (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35)	1. Проектор Panasonic PT-VW340ZE с проекционным экраном 2. Ноутбук (переносной) 3. Комплект учебной мебели на 60 посадочных мест	Adobe Acrobat Reader DC – бесплатно Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г. Google Chrome – бесплатно MS Office 365 pro plus - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017

### Помещения для самостоятельной работы:

Наименование помещений	Оснащенность помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Помещение для самостоятельной работы, учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, практики, Компьютерный класс физико-	1. Компьютер RAMEC STORM C2D 4600/160Gb/ 256mB/DVD-RW +Монитор LG TFT 17" L1753S-SF – 12 шт 2. Мультимедийный комплект учебного класса (вариант № 2) Проектор Casio XJ-M140, настенный проекц. экран Lumien 180*180. ноутбук Dell N4050. сумка 15,6", мышь 3. Коммутатор D-Link 10/100/1000mbps 16-portr DGS-1016D 4. Видеокамера IP-FALCON EYE FE-IPC-BL200P, ОнЛайн Трейд ООО 5. Видеокамера IP-FALCON EYE FE-IPC-BL200P, ОнЛайн Трейд ООО	Adobe Acrobat Reader DC - бесплатно Cadence SPB/OrCAD 16.6 - Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009 Google Chrome - бесплатно Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit) - бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г. Lazarus 1.4.0 - бесплатно Lego MINDSTORM EV3 - бесплатно Mathcad 15 M010 - Акт предоставления прав IC00000027 от 16.09.2011 MATLAB R2012b - Акт предоставления прав № Us000311

<p>технического факультета. Компьютерная лаборатория робототехнических систем №4а (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35)</p>	<p>6. Демонстрационное оборудование комплект «LegoMidstormsEV3» 7. Комплект учебной мебели</p>	<p>от 25.09.2012 Microsoft Express Studio 4 - бесплатно MiKTeX 2.9 - бесплатно MPICH 64-bit – бесплатно MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK - бесплатно Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 MS Office 365 pro plus - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017</p>
---	--	---

#### Х. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины (или модуля)	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1.	Раздел IV	Реквизиты «Положения о рейтинговой системе обучения и оценки качества учебной работы студентов ТвГУ» и «Положения о промежуточной аттестации (экзаменах и зачетах) студентов ТвГУ»	Протокол Совета ФТФ №5 от 31 октября 2017 г.
2.	Раздел IX	Оснащенность аудиторного фонда для проведения учебных занятий и самостоятельной работы студентов согласно «Справки МТО ООП ...»	Протокол Совета ФТФ №5 от 31 октября 2017 г.