

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 31.10.2022 09:59:39
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:
Руководитель ООП
_____ В.П. Цветков
«__» _____ 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)
Математические методы гравитации и космологии

Направление подготовки
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)
Математическое и компьютерное моделирование

Для студентов 4-го курса очной формы обучения

Составитель:
Цирулев А.Н.

Тверь, 2021

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование и развитие у обучающихся компетенций в области использования аппарата современной тензорной алгебры, дифференциальной геометрии и вариационного исчисления в теории гравитации, развитие навыков аналитического и качественного исследования известных математических моделей гравитирующих конфигураций.

Задачами освоения дисциплины являются:

- 1) усвоение основных понятий и принципов общей теории относительности, знакомство с основными точными решениями уравнений Эйнштейна;
- 2) обобщение и систематизация знаний в области дифференциальной геометрии и вариационного исчисления в процессе изучения прикладных задач теории гравитации;
- 3) овладение основными приемами рассуждений и навыками, необходимыми для решения задач математического моделирования в теории гравитации.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина входит в блок элективных дисциплин, она изучает свойства гравитирующих объектов, используя методы дифференциальной геометрии, математического анализа и алгебры. Она базируется на знаниях, полученных в ходе изучения дисциплин, формирующих общепрофессиональные и профессиональные компетенции, в особенности, дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальная геометрия и топология», «Фундаментальная и компьютерная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Дополнительные главы дифференциальной геометрии».

Освоение дисциплины «Геометрические и топологические методы в математическом моделировании» формирует у обучающегося знания, умения и навыки, которые необходимы в дальнейшем в цикле «Практика и научно-исследовательская работа», а также в магистратуре.

Дисциплина изучается в 7-м и 8-м семестрах.

3. Объем дисциплины:

8 зачетных единиц, 288 академических часов, **в том числе:**

контактная аудиторная работа: лекции 50 часов, практические занятия 50 часов;

самостоятельная работа: 188 часов, в том числе контроль работы 31 час.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен анализировать и прогнозировать поведение социально-экономических и природных систем на основе их математических и компьютерных моделей	<p>ПК-1.1 Составляет и реализует комплексы программ для вычисления основных параметров математических и компьютерных моделей социально-экономических и природных систем</p> <p>ПК-1.2 Анализирует и прогнозирует поведение социально-экономических и природных систем при изменении значений управляющих параметров математических и компьютерных моделей этих систем</p>

5. Форма промежуточной аттестации семестр прохождения: зачет в 7-м семестре и экзамен в 8-м семестре

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самост. работа, в т. числ. контроль
		Лекции	Практические занятия	Контроль самост. работы	
1. Тензорный анализ и формулировка теории гравитации.	110	20	20	10	70
2. Математические модели гравитирующих систем.	68	10	10	11	48
3. Численные и аналитические методы теории гравитации.	110	20	20	10	70
4. ИТОГО	288	50	50	31	188

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Тензорный анализ и формулировка теории гравитации	Практические занятия	Дискуссионные технологии: круглый стол
2. Математические модели гравитирующих систем	Практические занятия	Дискуссионные технологии: дебаты Метод case-study
3. Численные и аналитические методы теории гравитации	Практические занятия	Тренинг Метод case-study
4. Тензорный анализ и формулировка теории гравитации	Лекции	Активное слушание
5. Математические модели гравитирующих систем	Лекции	Активное слушание
6. Численные и аналитические методы теории гравитации	Лекции	Активное слушание Технологии развития критического мышления

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Текущая аттестация проводится во время контактной работы и включает в себя выполнение типовых контрольных заданий, которые будут включены в программу экзамена.

Экзамен проводится в устной форме и включает в себя ответ на устный вопрос и выполнение типового задания, аналогичного заданиям, выполняемым в процессе контактных занятий.

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки компетенций ПК-1.1, ПК-1.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Уметь формализовать знания в виде формул, необходимых для решения задачи	<p>1. Вычислить внешний дифференциал 1-формы $p = (x dy - y dx)/(x^2 + y^2)$. Является ли эта форма точной?</p> <p>2. Вычислить вариацию лагранжиана скалярного поля.</p> <p>3. Сформулировать задачу Коши для геодезического движения.</p>	<p>Имеется верное решение, включающее правильный ответ (приведенное доказательство верно) – 5 баллов;</p> <p>Имеется верное решение части задачи – 2 балла;</p> <p>Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов</p>

Типовые контрольные задания к зачету

1. В среде MAPLE10 написать код для вычисления формы объема на трехмерных многообразиях постоянной кривизны: на сфере и в пространстве Лобачевского.
2. Вывести уравнения Максвелла в терминах дифференциальных форм.

4. Шкала оценивания – устный экзамен

№.	Тип ответа или степень выполнения контрольного задания	Оценка в баллах
1.	Полный ответ	5
2.	Неполный, но правильный и логически точный ответ	4
3.	Неполный ответ, содержащий мелкие неточности или несущественные ошибки в выполнении контрольного задания	3
4.	Частичный ответ, освещающий лишь некоторые аспекты вопроса, или грубые ошибки в выполнении контрольного задания при хорошем понимании метода	2
5.	Нет конкретного ответа, но есть общее понимание темы	1

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия: Методы и приложения. М.: Эдиториал УРСС, 2010. Т. 1-2.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: В 10 т. Т. II. Теория поля. М.: Наука, 2008.
3. Фейнман Р.Ф., Мориниго Ф.Б., Вагнер У.Г. «Фейнмановские лекции по гравитации». М.: Янус-К, 2009

б) Дополнительная литература:

1. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. М.: Мир, 1977.
2. Вейнберг С. Гравитация и космология. М.: Мир, 1975.
3. Шутц Б. Геометрические методы математической физики. М.: Мир, 1984

в) Программное обеспечение:

1. Лицензионное: MAPLE10;
2. Свободное: C#, C++, Java

г) Информационные ресурсы:

- <http://library.tversu.ru/>
- <https://arxiv.org/>
- <http://www.mathnet.ru/>
- <http://www.mi-ras.ru/>

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Подробное содержание изучаемых тем:

Тема 1. Тензорный анализ и формулировка теории гравитации

Определение многообразия. Функции и кривые на многообразии. Касательное пространство. Векторные поля и интегральные кривые. Скобка Ли. Тензорные поля на многообразии. Дифференцирования вдоль векторных полей. Производная Ли. Ковариантная производная. Кривизна и кручение. Тождества Бианки. Векторные расслоения. Связность и форма кривизны в расслоении. Дифференциальные формы. Тензор Риччи. Уравнения Эйнштейна. Тензор энергии-импульса идеальной жидкости.

Тема 2. Математические модели гравитирующих систем

Решение Шварцшильда. Горизонт событий. Черные дыры. Расширение Крускала. Самогравитирующее скалярное поле. Голые сингулярности и кротовые норы. Уравнения Эйнштейна-Клейна-Гордона. Электромагнитное поле. Уравнения Максвелла. Космология Фридмана. Современные космологические модели.

Тема 3. Численные и аналитические методы теории гравитации

Действие в классической теории поля. Вариационный принцип. Уравнения Эйлера-Лагранжа для полей. Тензор энергии-импульса. Вывод уравнений Эйнштейна из вариационного принципа. Использование систем компьютерной алгебры для автоматизации расчетов в теории гравитации. Численное исследование геодезического движения вблизи изолированных гравитирующих объектов.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Самостоятельная работа включает следующие виды самостоятельной работы студентов:

- работа с рекомендованной учебной литературой;
- выполнение домашних заданий;
- подготовка к зачёту.

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

Во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

1. Работа с литературой. Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

2. Самостоятельное изучение тем. Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

3. *Подготовка к практическим занятиям.* При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. *Составление конспектов.* В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

5. *Подготовка к экзамену.* При подготовке к экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе лекций.

Вопросы к экзамену

1. Определение многообразия. Функции и кривые на многообразии.
2. Касательное пространство. Векторные поля и интегральные кривые.
3. Скобка Ли.
4. Тензорные поля на многообразии.
5. Дифференцирования вдоль векторных полей. Производная Ли.
6. Ковариантная производная.
7. Кривизна и кручение. Тождества Бианки.
8. Векторные расслоения. Связность и форма кривизны в расслоении.
9. Дифференциальные формы. Внешнее дифференцирование
10. Форма объема. Интегрирование дифференциальных форм.
11. Тензор Риччи. Уравнения Эйнштейна.
12. Тензор энергии-импульса идеальной жидкости.
13. Черные дыры. Расширение Крускала.
14. Самогравитирующее скалярное поле. Уравнения Эйнштейна-Клейна-Гордона.
15. Голые сингулярности и кротовые норы.
16. Электромагнитное поле. Уравнения Максвелла.
17. Космология Фридмана.
18. Современные космологические модели.
19. Действие в классической теории поля. Вариационный принцип.
20. Уравнения Эйлера-Лагранжа для полей.
21. Тензор энергии-импульса.
22. Вывод уравнений Эйнштейна из вариационного принципа.

VII. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория с мультимедийной установкой.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения