

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 20.11.2023 11:17:52  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:  
Руководитель ООП  
С.М.Дудаков  
2023 г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
Математическое моделирование

Для студентов 2 курса  
очная форма

Составитель: к.ф.м.н. Васильев А.А.

Тверь, 2023

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целями и задачами освоения дисциплины являются освоение ключевых понятий, вопросов теории дифференциальных уравнений, постановок задач, формулируемых в виде дифференциальных уравнений, аналитических методов решения и качественного исследования.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Данная дисциплина относится к разделу «Математический» обязательной части Блока 1.

Дисциплина находится в логической и содержательно-методической взаимосвязи и требует знаний и умений, формируемых в результате освоения школьной программы, алгебры, математического анализа

Дисциплина необходима как предшествующая, в частности, для дисциплин: уравнения математической физики, численные методы, физика, методы оптимизации и ИСО, дисциплин по углублению общепрофессиональных и профессиональных компетенций.

### **3. Объем дисциплины: 8 зачетных единиц, 288 академических часов, в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** лекции 62 часа, в т.ч практическая подготовка 4 часа, практические занятия 62 часа, в т.ч практическая подготовка 2 часа;

**контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы 10 часов, в том числе курсовая работа 10 часов;

**самостоятельная работа:** 154 часа, в том числе контроль 74 часа.

### **4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p>ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК-1.2 Использует базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности, вносит некоторые коррективы при их использовании в профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-1.3 Применяет и адаптирует фундаментальные понятия и результаты в области математических и естественных наук к решению задач профессиональной деятельности</p>
ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	<p>ОПК-3.1 Знает основные математические модели в области профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-3.2 Применяет и модифицирует математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-3.3 Обоснованно выбирает, адаптирует и анализирует математические модели для решения задач профессиональной деятельности с учетом специфики последних</p>

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:** экзамен 3, 4 семестр; курсовая работа 4 семестр.

**6. Язык преподавания:** русский

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа					Самосто ятельная работа, в том числе контроль (час)
		Контро ль самосто ятельно й работы (в том числе курсова я работа)	лекции		Практичес кие занятия		
			всего	В т.ч. практическая подготовка	всего	В т.ч. практическая подготовка	
<b>3 семестр</b>							
1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	0	0	0	0	0	0	0
1.1. Дифференциальные уравнения первого порядка	47		10	0	10	0	27
1.2. Математическая формулировка и применение ОДУ в решении задач	21		4	4	2	2	15
1.3. Интегральные кривые.	19		4	0	4	0	11
1.4. Решение уравнений понижением порядка.	29		6	0	6	0	17
2. Уравнения n-го порядка	28		6	0	8	0	14
<b>Итого семестр:</b>	<b>144</b>		<b>30</b>	<b>0</b>	<b>30</b>	<b>0</b>	<b>84</b>
<b>4 семестр</b>							
2. Уравнения n-го порядка	39	5	6	0	6	0	22
3. Системы уравнений	59	5	14	0	14	0	26
4. Вопросы качественной теории ОДУ	46		12	0	12	0	22
<b>Итого семестр:</b>	<b>144</b>	<b>10</b>	<b>32</b>	<b>0</b>	<b>32</b>	<b>0</b>	<b>70</b>
<b>Итого:</b>	<b>288</b>	<b>10</b>	<b>62</b>	<b>4</b>	<b>62</b>	<b>2</b>	<b>154</b>

## Программа освоения учебной дисциплины

### Тема 1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка

1.1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Основные понятия: дифференциальное уравнение, уравнение в дифференциалах, общее решение, частное решение, общий интеграл, частное решение, задача Коши, решение задачи Коши. Решение ОДУ и уравнений в дифференциалах: уравнение с разделяющимися переменными (51, 54) и уравнения, сводящиеся к ним (62); однородные уравнения (101, 108) и сводящиеся к ним (118); линейные уравнения (140, 146, 139), уравнение Бернулли (151), Риккати (167, 168); уравнение в полных дифференциалах (186), интегрирующий множитель, нахождение интегрирующего множителя. Метод замены (161-163) и выделения дифференциала (206). Решение задач Коши (53, 56).

1.2. Математическая формулировка и применение ОДУ в решении задач (геометрических, физических, экономических, экологических, др.): закон изменения сформулирован в условии задачи и даны условия для нахождения коэффициентов (80, 82, 85, 87, лекционные); вывод уравнений (77-79, 91-92); геометрические задачи (71-76); уравнение движения Ньютона (90).

1.3. Интегральные кривые. Построение интегральных кривых методом изоклин, геометрическая интерпретация условия Коши и решения задачи Коши (2, 5).

Теорема существования и единственности решений задачи Коши уравнения первого порядка. Соответствие решения задачи Коши и интегрального уравнения. Метод последовательных приближений Пикара (223 а, б).

1.4. Решение уравнений понижением порядка. (453, 424, 445, 455, 485).

Уравнения, не разрешенные относительно производной. (251, 267, 271).  
Особые решения (242, 244)

## **Тема 2. Уравнения n-го порядка**

Уравнения n-го порядка. ТСЕ. Линейная зависимость и независимость функций: определение, теоремы, исследование по определению и с

использованием определителя Вронского (652, 644, 648, 662). ФСР, нахождение ФСР, построение общего решения однородного уравнения (511, 515, 518, 524, 530). Общее решение неоднородных уравнений. Нахождение частного решения: метод вариации произвольных постоянных (576, 578), метод неопределенных коэффициентов и принцип суперпозиции (533, 538, 535, 543). Постановка и решение задачи Коши (582).

Краевые задачи. Функция Грина. Решение краевой задачи для неоднородного уравнения (764, 767).

### **Тема 3. Системы уравнений**

Сведение задачи Коши уравнения к задаче Коши системы (585, 587). Сведение задачи Коши системы к задаче Коши уравнения ( $x(0)=0$ ,  $y(0)=0$ ). Нахождение ФСР, общего решения, решения задачи Коши системы (уравнения) сведением к соответствующей задаче для уравнения (системы) (831, 833,  $x(0)=0$ ,  $y(0)=0$ ; 585, 587).

Линейные системы  $n$ -го порядка. ТСЕ. Линейная зависимость и независимость вектор-функций: определение, теоремы, исследование по определению и с использованием определителя Вронского. ФСР, нахождение ФСР, построение общего решения однородной системы (828, 829, 831, 800, 801, 805, 808). Общее решение неоднородных уравнений. Нахождение частного решения: метод вариации произвольных постоянных (846, 847), метод неопределенных коэффициентов и принцип суперпозиции (828, 833).

Матричная экспонента: нахождение, свойства, построение общего решения, решения задачи Коши с использованием матричной экспоненты (828, 867, 868).

### **Тема 4. Вопросы качественной теории ОДУ**

Автономные системы. Фазовое пространство, фазовые траектории. Свойства решений динамических систем. Классификация особых точек, построение фазовых траекторий линейных однородных систем 2-го порядка с

постоянными действительными коэффициентами (971, 974, 967, 973, 975, 977). Нахождение и исследование особых точек нелинейных систем (1028, 1025).

Устойчивость и асимптотическая устойчивость решений по Ляпунову. Определение, исследование по определению (881[а, в], 882, 890, 891). Сведение исследования на устойчивость ненулевого решения к исследованию нулевого решения (913, 914). Исследование на устойчивость по первому приближению: нахождение и исследование на устойчивость положений равновесия (916-918; 907-909). Производная в силу системы, функция Ляпунова, теоремы Ляпунова и Четаева (924, 923).

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
2. Уравнения n-го порядка	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
3. Системы уравнений	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
4. Вопросы качественной теории ОДУ	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании лекций, практических занятий и различных форм самостоятельной работы студентов. В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: традиционные

лекции, практические занятия в диалоговом режиме, выполнение индивидуальных заданий в рамках самостоятельной работы.

Дисциплина предусматривает выполнение контрольных работ, письменных домашних заданий.

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

**ОПК-1** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

**ОПК-1.1** Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

1. Назвать общий вид классических интегрируемых дифференциальных уравнений.
2. Сформулировать методы нахождения решения однородного уравнения.
3. Сформулировать определение, методы нахождения ФСР линейных уравнений  $n$ -го порядка.
4. Сформулировать методы нахождения частного решения линейных уравнений  $n$ -го порядка.
5. Сформулировать определение, методы нахождения ФСР систем линейных уравнений  $n$ -го порядка.
6. Сформулировать методы нахождения частного решения систем линейных уравнений  $n$ -го порядка.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:



Дан правильный развернутый ответ – 2 балла;

Ответ содержит неточности – 1 балл.

Ответ не дан – 0 баллов.

**ОПК-1.2** Использует базовые знания в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности, вносит некоторые коррективы при их использовании в профессиональной деятельности.

1. Определить тип и решить уравнения

1.1)  $y' = 2y^2 \sin(2x - 4)$ ,  $y(2) = 1$ ,

1.2)  $y' = (y + 3x + 2)^5 - 3$ ,

1.3)  $y' = 2 \frac{y}{x} - 4$ , (решить как однородное)

1.4)  $y' = 2 \frac{y}{x} - 4$ ,  $y(1) = 4$ .

2. Найти ФСР уравнений

2.1)  $y'' + 5y' + 4y = 0$

2.2)  $y'' - 10y' + 25y = 0$

2.3)  $y'' - 8y' + 25y = 0$

3. Выписать вид частного решения  $y'' - 7y' = f(x)$  с неоднородностью вида

3.1)  $f(x) = (4x^2 + 7)e^{2x}$

3.2)  $f(x) = 3e^{7x}$

3.3)  $f(x) = 4xe^{-3x} \cos(7x)$ .

4. Найти ФСР, общее решение системы

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ e^{-2t} \end{bmatrix}.$$

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задание выполнено полностью – 10 баллов.

Задание выполнено частично – от 4 до 9 баллов.

Выполнены отдельные элементы – от 1 до 3 баллов.

Задание не выполнено – 0 баллов

**ОПК-1.3** Применяет и адаптирует фундаментальные понятия и результаты в области математических и естественных наук к решению задач профессиональной деятельности

1. Решить задачу Коши системы

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. Построить фазовый портрет динамической системы. Исследовать на устойчивость стационарное решение системы

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

Критерии оценивания:

Задание выполнено полностью – 10 баллов.

Задание выполнено частично – от 4 до 9 баллов.

Выполнены отдельные элементы – от 1 до 3 баллов.

Задание не выполнено – 0 баллов

**ОПК-3** Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

**ОПК-3.1** Знает основные математические модели в области профессиональной деятельности

1. Привести примеры предметные задач курса (геометрических, физических, экономических, экологических, др.), сводящихся к ОДУ.

2. Как формулируются задачи ОДУ для анализа динамики систем, в которых описан закон изменения скорости изучаемой величины. Привести примеры таких задач.

3. Как формулируются задачи динамики на основе уравнения движения Ньютона, привести пример.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Дан правильный развернутый ответ – 2 балла

Ответ содержит неточности – 1 балл

Ответ не дан – 0 баллов.

**ОПК-3.2** Применяет и модифицирует математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

1. Скорость увеличения величины вклада пропорциональна его текущей величине. Сформулировать задачу Коши и найти закон изменения величины вклада, если начальная величина была равна  $N_0$ .

2. Касательная к кривой, проходящей через точку  $y(1) = 3$ , пересекает прямую  $y=1$  в точке с абсциссой в 2 раза больше абсциссы точки касания. Выписать задачу Коши, найти кривую.

3. Скорость изменения температуры пропорциональна разности текущей температуры тела и температуры окружающей среды  $T^*$ . Сформулировать задачу Коши для нахождения изменения температуры тела, если начальная температура равна  $T_0$ .

4. Тело начало движение в вязкой среде без начальной скорости под действием силы тяжести. Сформулировать задачу Коши для нахождения закона изменения скорости.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задание выполнено полностью – 10 баллов.

Задание выполнено частично – от 4 до 9 баллов.

Выполнены отдельные элементы – от 1 до 3 баллов.

Задание не выполнено – 0 баллов.

**ОПК-3.3** Обоснованно выбирает, адаптирует и анализирует математические модели для решения задач профессиональной деятельности с учетом специфики последних

1. Скорость изменения температуры пропорциональна разности текущей температуры тела и температуры окружающей среды  $T^*$ . Сформулировать задачу Коши для нахождения изменения температуры тела, если начальная температура равна  $T_0$ . Найти закон изменения температуры тела, дать анализ.

2. Тело начало движение в вязкой среде без начальной скорости под действием силы тяжести. Сформулировать задачу Коши для нахождения закона изменения скорости. Найти закон изменения скорости, дать анализ.

3. Найти стационарные решения, построить линеаризованную систему, исследовать положения равновесия: определить тип, исследовать на устойчивость, нанести равновесные решения и построить эскиз фазового портрета в их окрестности

$$x' = (x + 16)(y - 1)$$

$$y' = xy$$

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задание выполнено полностью – 10 баллов.

Задание выполнено частично – от 4 до 9 баллов.

Выполнены отдельные элементы – от 1 до 3 баллов.

Задание не выполнено – 0 баллов.

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### 1) Рекомендуемая литература

#### **Основная литература:**

1. Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений: учебное пособие / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-2592-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210038>
2. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения учебник / В.А. Треногин. - М.: Физматлит, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-1063-1; [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82614>
3. Бибииков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / Ю. Н. Бибииков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1176-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210617>

#### **Дополнительная литература:**

1. Рыбаков К.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: практический курс: учебное пособие / К.А. Рыбаков, А.С. Якимова, А.В. Пантелеев. - М.: Логос, 2010. - 384 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-465-0; [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84753>
2. Асташова И.В. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения»: учебное пособие / И.В. Асташова, В.А. Никишкин. - М.: Евразийский открытый институт, 2011. - 96 с. - ISBN 978-5-374-00488-5; [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90289>

### 2) Программное обеспечение

<p><b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46</b> <b>(170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b></p>
--

Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Apache Tomcat 8.0.27	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
GlassFish Server Open Source Edition 4.1.1	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
JetBrains PyCharm Edu 3.0	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно
MiKTeX 2.9	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
NetBeans IDE 8.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
Oracle VM VirtualBox 5.0.2	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.1 pygame-1.9.1	бесплатно
Python 3.4 numpy-1.9.2	бесплатно
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно
WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R Studio	бесплатно
Anaconda3 2019.07 (Python 3.7.3 64-bit)	бесплатно

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Виртуальная образовательная среда ТвГУ (<http://moodle.tversu.ru>)

Научная библиотека ТвГУ (<http://library.tversu.ru>)

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60 баллов (30 баллов - 1-й модуль и 30 баллов - 2-й модуль).

Обучающемуся, набравшему 40–54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55–57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58–60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

В каждом семестре проводятся 3 контрольных мероприятия: (1-й модуль) решение индивидуальных заданий, контрольная, (2-й модуль) решение индивидуальных заданий, контрольная, (3) экзамен.

Распределение баллов: 30/30/40.

В 4 семестре предусмотрена курсовая работа (100 баллов).

## Типовые задания для практических занятий, домашней работы и рейтингового контроля

### Тема 1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка

1.1. Решение ОДУ и уравнений в дифференциалах: 51, 54; 62; 101, 108; 118; 140, 146, 139; 151; 167, 168; 186. Метод замены (161-163) и выделения дифференциала (206). Решение задач Коши (53, 56).

1.2. Математическая формулировка и применение ОДУ в решении задач: 80, 82, 85, 87; 77-79, 91-92; 71-76; 90.

1.3. Построение интегральных кривых методом изоклин: 2, 5.

1.4. Решение уравнений понижением порядка. (453, 424, 445, 455, 485). Решение уравнений, не разрешенных относительно производной: 251, 267, 271. Особые решения (242, 244)

**Тема 2.** Уравнения n-го порядка. Линейная зависимость и независимость функций: 652, 644, 648, 662. Нахождение ФСР, построение общего решения однородного уравнения: 511, 515, 518, 524, 530. Нахождение частного решения: метод вариации произвольных постоянных (576, 578), метод неопределенных коэффициентов и принцип суперпозиции (533, 538, 535, 543). Постановка и решение задачи Коши (582).

**Тема 3.** Системы уравнений. Сведение задачи Коши уравнения к задаче Коши системы (585, 587). Сведение задачи Коши системы к задаче Коши уравнения (828, 829,  $x(0)=0$ ,  $y(0)=0$ ). Метод исключений: 831, 833,  $x(0)=0$ ,  $y(0)=0$ ; 585, 587. Нахождение ФСР, общего решения однородной системы 828, 829, 831, 800, 801, 805, 808. Нахождение частного решения: метод вариации произвольных постоянных (846, 847), метод неопределенных коэффициентов и принцип суперпозиции (828, 833). Матричная экспонента 828, 867, 868.

### Тема 4. Вопросы качественной теории ОДУ

Классификация особых точек, построение фазовых траекторий линейных однородных систем: 971, 974, 967, 973, 975, 977. Нахождение и исследование особых точек нелинейных систем (1028, 1025). Устойчивость и асимптотическая устойчивость решений по Ляпунову. Исследование по определению: 881[a, в], 882, 890, 891; по первому приближению: 913, 914, 916-918; 907-909), теорема Ляпунова (924, 923).

## Оценочные средства для текущего контроля для самоподготовки

1) Определить тип. Решить уравнение (задачу Коши).

1.1)  $y' = 2e^{2x+4}$ ,  $y(-2) = 1$

1.2)  $y' = 2y^2 \sin(2x - 4)$ ,  $y(2) = 1$

1.3)  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y/x}{2(y/x)^3 - 5}$

1.4)  $y' = (y + 3x + 2)^5 - 3$



1.5)  $y' = 2\frac{y}{x} - 4$ ,  $y(1) = 4$  (решить как линейное и как однородное)

1.6)  $y' = -3y + e^x y^2$ .

2). Построить интегральные кривые  $y' = 2y - 1$  методом изоклин. Выделить решение задачи Коши  $y(1) = -2$

3) Касательная к кривой, проходящей через точку  $y(1) = 3$ , пересекает прямую  $y=1$  в точке с абсциссой в 2 раза больше абсциссы точки касания. Выписать задачу Коши, найти кривую.

4) Скорость увеличения величины вклада пропорциональна его текущей величине. Сформулировать задачу Коши и найти закон изменения величины вклада, если начальная величина была равна  $N_0$ .

5) Решить уравнение понижением порядка  $xy''' = y''$ .

6) Уравнение, не разрешенное относительно производной, решить введением параметра  $y = -xy' + 4\sqrt{y'}$

7) Найти ФСР (доказать), выписать общее решение уравнений:

7.1)  $y'' + 5y' + 4y = 0$ ,

7.2)  $y'' - 10y' + 25y = 0$ ,

7.3)  $y'' - 8y' + 25y = 0$ .

8) Каков общий вид решения в МНК для уравнения  $y'' - 7y' = f(x)$  с неоднородностью

8.1)  $f(x) = (4x^2 + 7)e^{2x}$ ,

8.2)  $f(x) = 3e^{7x}$ ,

8.3)  $f(x) = 4xe^{-3x} \cos(7x)$ .

9) Для уравнения  $y'' - 7y' = 14$

9.1) Найти ФРС, выписать  $y_{oo}$ .

9.2) Найти  $y_{ч}$ , используя МНК.

9.3) Найти общее (частное) решение уравнения МВПП.

9.4) Решить задачу Коши с условиями Коши  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ .

10) Найти общее решение методом исключения

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ e^{-2t} \end{bmatrix}.$$

11) Для системы и задачи Коши

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

11.1) Матрично найти ФСР (обосновать).

11.2) Найти решение МВПП.

11.3) Найти частное решение МНК.

11.4) Выписать общее решение.

11.5) Найти и выписать решение задачи Коши.

12) Построить фазовый портрет системы. Исследовать на устойчивость

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

13) Найти стационарные решения, построить линеаризованную систему, исследовать положения равновесия: определить тип, исследовать на устойчивость, нанести равновесные решения и построить эскиз фазового портрета в их окрестности

$$x' = (x + 16)(y - 1)$$

$$y' = xy$$

## Оценочные средства рейтингового контроля

### 3 семестр.

1. Индивидуальное контрольное задание.

Тема: Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.

Цель: проверка знания и умения решать ОДУ 1-го порядка.

Типовой вариант работы: 54, 108, 136, 186, 408.

Примеры задач, задачи для самостоятельной подготовки: 301-420 сб. задач А.Ф. Филиппова.

2. Контрольная работа.

Тематика задач:

1. Решение уравнений, не разрешенных относительно производной.

2. Решение уравнений понижением порядка.

Задачи для самостоятельной подготовки: 1) 267 – 286; 2) 421-500.

Типовой вариант: 1) 267; 2) 449 из сб. задач А.Ф. Филиппова.

### 4 семестр

1. Индивидуальное контрольное задание

Тема: Решение систем уравнений.

Типовой вариант задания: Для заданной системы (826-845), найти общее решение методом исключения; ФСР, общее решение однородного уравнения; частное решение методом неопределенных коэффициентов; частное

решение методом вариации произвольных постоянных; выписать общее решение, найти решение задачи Коши; для матрицы построить матричную экспоненту.

## 2. Контрольная работа.

Тематика задач:

1. Нахождение матричной экспоненты, запись решения с ее использованием
2. Классификация и построение фазовых портретов линейных систем 2-го порядка.

Типовой вариант контрольной: 1) 826; 2) 973

Задачи для подготовки: 1) 826-845; 2) 971 – 978.

**Примерный список вопросов программы экзамена** для самостоятельной подготовки: сформулирован в программе дисциплины в разделе II учебного плана. В 3 семестре экзамен включает темы 1, 2 курса, в 4 семестре – темы 2, 3, 4.

## Темы курсовых работ (4 семестр)

Дополнительно к темам даётся список вопросов, уточняющих и конкретизирующих требования и содержание. Выполнение предполагает использование пакета Maple.

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.
2. Уравнения в дифференциалах.
3. Уравнения с разделяющимися переменными и уравнения, сводящиеся к ним
4. Линейные уравнения и уравнения, сводящиеся к ним.
5. Уравнения в полных дифференциалах.
6. Метод изоклин.
7. Применение ОДУ в решении прикладных задач. (3 индивидуальных варианта).
8. Решение уравнений, допускающих понижение порядка. (2 индивидуальных варианта)
9. Уравнения, не разрешенные относительно производной.
10. Линейная зависимость и независимость функций.
11. ФСР уравнений  $n$ -го порядка. (2 индивидуальных варианта)
12. Нахождение общего решения для однородных уравнений  $n$ -го порядка.
13. Общее решение неоднородных уравнений  $n$ -го порядка.
14. Метод неопределенных коэффициентов для нахождения частного решения неоднородных уравнений  $n$ -го порядка.
15. Метод неопределенных коэффициентов для нахождения частного решения неоднородных уравнений  $n$ -го порядка.
16. Линейные системы и уравнения  $n$ -го порядка.

17. Метод исключения для решения систем  $n$ -го порядка.
18. Линейные системы  $n$ -го порядка. ФСР. (3 индивидуальных варианта)
19. Построение общего решения неоднородной системы. (3 индивидуальных варианта)
20. Матричная экспонента.

## VII. Материально-техническое обеспечение

### Лекционная аудитория

Учебная аудитория №20 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, экран, проектор.
Учебная аудитория №205 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, экран, проектор.
Учебная аудитория №7 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, меловая доска

### Для самостоятельной работы

Помещение для самостоятельной работы Компьютерный класс факультета ПМиК № 46 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, компьютер, проектор.
---	--

## VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1	11. 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в список ПО	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета
2	V. 1) Рекомендуемая литература	Обновление ссылок на литературу	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета

